МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ордена ЛЕНИНА и ордена ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено
учебным управлением МЭИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по курсу

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

ПОВЕРХНОСТИ И РАЗВЕРТКИ

Москва 1986

744
М 545

УДК: 744:69(077)

Поверхности и развертки. Гордеева И. В., Миронова, Н. Г., Полтавцева Т. А. и др./Под ред. К. К. Александрова. — М.: Моск. энерг. ин-т, 1986. — 44 с.

Методические указания содержат теоретический материал по теме «Поверхности и развертки», задачи для решения на практических занятиях и для самостоятельного решения. В указаниях представлен пример выполнения индивидуальной графической работы, даны указания к выполнению и оформлению графической работы и задач, комплект заданий для выполнения ИГР и контрольные вопросы по теме.

Методические указания предназначены для студентов I курса, изучающих раздел «Теория построения чертежа» курса «Инженерной графики».

© Московский энергетический институт, 1986 г.

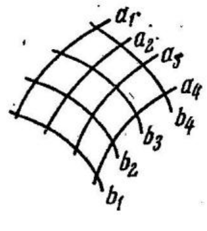
1. ПОВЕРХНОСТИ

1.1. Способы образования поверхностей. Каркас поверхности

Технические объекты любой формы можно расчленить на различные геометрические тела, границами которых являются *поверхности.* Поэтому, выполняя комплексный чертеж различных технических объектов (деталей, сборочных единиц и т. д.) необходимо знать способы образования поверхностей и их изображения на чертеже.

Наиболее широкое применение в инженерной практике получил *кинематический* способ образования поверхностей. В этом случае поверхность рассматривается как совокупность последовательных положений некоторой линии, называемой образующей, непрерывно перемещающейся в пространстве вдоль другой линии (направляющей) по определенному закону. Такие поверхности называются кинематическими (рис. 1.1).

Рис. 1.1



Некоторые поверхности образуются движением линий постоянной формы (поверхности с постоянной образующей), другие же так, что образующая вместе с изменением положения в пространстве изменяет и свою форму (поверхности с переменной образующей).

На кинематических поверхностях можно выделить семейство направляющих и семейство образующих.

Множество точек или линий, принадлежащих поверхности и объединенных каким-либо общим признаком, называется ее каркасом (точечным или линейным).

Следовательно, каждая кинематическая поверхность имеет два каркаса: направляющих и образующих. Эти каркасы образуют каркасную сеть.

Если множество точек или линий, определяющих поверхность, непрерывно, то каркас называется *непрерывным.* В противном случае он называется *дискретным.* В первом случае через любую точку поверхности можно провести линию каркаса (для кинематических поверхностей две линии: образующую и направляющую). Это значит, что каркас определяет единственную поверхность. Во втором случае каркас состоит из конечного числа линий или точек и могут существовать поверхности с одним и тем же дискретным каркасом, отличающиеся друг от друга.

1.2. Способы задания поверхностей

а) Аналитический способ задания поверхностей

В этом случае поверхность рассматривается как непрерывное множество точек, между координатами которых может быть установлена зависимость, определяемая в декартовой системе координат уравнением вида $F(x, y, z) = 0$.

Если поверхность определяется уравнением n-й степени, то она называется алгебраической поверхностью n-го порядка.

В частности, плоскость выражается уравнением первой степени, и ее можно назвать поверхностью первого порядка. Поверхность n-го порядка можно геометрически определить как поверхность, пересекающуюся с произвольной плоскостью по кривой того же порядка, или как поверхность, пересекаемую произвольной прямой, не принадлежащей ей целиком, в n точках.

б) Графические способы задания поверхностей. Определитель поверхности

Для построения изображений поверхности на чертеже необходимо выяснить, проекции каких элементов надо задать для того, чтобы получить обратимый чертеж этой поверхности.

Поверхность считается заданной на чертеже, если относительно любой точки пространства однозначно решается вопрос о ее принадлежности данной поверхности.

Или же можно сказать, что поверхность считается заданной, если по одной проекции точки, принадлежащей данной поверхности, можно построить ее вторую проекцию.

Сложные поверхности технических объектов (самолетов, кораблей, автомобилей), детали сложной формы (лопатки турбин, компрессоров), имеющие образующие переменной формы, задаются дискретным каркасом линий или точек. Такие поверхности называются каркасными. Они задаются на чертеже проекциями элементов каркаса. Точность задания поверхности в этом случае зависит от плотности каркаса.

Для задания на чертеже кинематических поверхностей вводится понятие: *определитель поверхности.*

Совокупность всех условий, определяющих поверхность, называется определителем поверхности.

Определитель поверхности включает в себя:

— геометрические элементы поверхности (*геометрическая* часть);

— соотношение между ними (взаиморасположение элементов, условие перемещения одного элемента относительно другого, закон изменения образующей — для поверхностей с переменной образующей и т. д.). Эта часть определителя поверхности называется *алгоритмической.* Соотношение элементов может быть задано аналитически, в словесной форме, чертежом.

Одна и та же поверхность может иметь несколько различных определителей. Выбирают тот из них, который по каким-либо признакам удобнее в каждом конкретном случае.

Например, поверхность прямого кругового цилиндра может быть образована вращением прямолинейной образующей l вокруг параллельной ей оси i. Но эта же поверхность может быть образована перемещением окружности постоянного радиуса вдоль прямой линии (оси) таким образом, что ее центр всегда принадлежит оси.

Изобразить поверхность можно проекциями геометрической части ее определителя. Такое изображение обеспечивает обратимость чертежа, но не является наглядным, и затрудняет чтение чертежа. Поэтому для получения наглядного изображения поверхности на чертеже следует показывать очерк (очертание) этой поверхности.

Проекция контура видимости поверхности при ее проецировании по заданному направлению, называется очерком.

Так, например, очерк прямого кругового цилиндра, ось которого перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, на главном виде ограничен проекциями крайних образующих (представляет прямоугольник), а на виде сверху — проекцией основания (представляет окружность).

1.3. Классификация поверхностей

Многообразие форм поверхностей создает большие трудности при их изучении. Для облегчения процесса изучения поверхностей целесообразно осуществить их систематизацию.

Кинематические поверхности систематизируются по виду образующей и закону ее перемещения.

По *виду образующей* различают поверхности:

1) линейчатые, образующая — прямая линия);

2) нелинейчатые (образующая — кривая линия).

По *закону перемещения образующей* различают:

1) поверхности вращения (образованные вращением образующей вокруг оси);

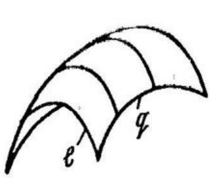


Рис. 1.2

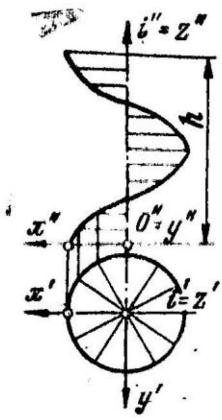


Рис. 1.3

2) поверхности параллельного переноса (образованные поступательным перемещением образующей) (рис. 1.2).

3) винтовые поверхности (образованные винтовым перемещением образующей) (рис. 1.3).

Очевидно, что некоторые поверхности могут быть отнесены одновременно к различным типам. Например, поверхность прямого кругового цилиндра является линейчатой и поверхностью вращения.

1.4. Определители геометрических поверхностей

а) Определители гранных поверхностей

Это поверхности, ограниченные плоскими фигурами многоугольниками. Плоскость — это простейшая поверхность. Ее определителями являются три несовпадающие точки (рис. 1.4).

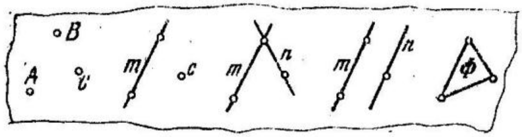


Рис. 1.4

Плоские фигуры называются *гранями*, а линии их пересечения — *ребрами*. Ребра пересекаются в точках, называемых *вершинами*.

Гранная поверхность называется *выпуклой*, если она целиком лежит по одну сторону от плоскости любой своей грани.

Практический интерес представляют призматические и пирамидальные поверхности.

Направляющей этих поверхностей является ломаная линия q, образующей — прямая линия l. Отличаются они условиями перемещения образующей.

В случае образования призматической поверхности образующая остается параллельна сама себе, а пирамидальной — образующая должна все время проходить через точку S, называемую вершиной пирамиды (рис. 1.5; 1.6).

Если рассечь пирамидальную поверхность плоскостью, не проходящей через вершину, то часть пространства, ограниченная плоскостью (основанием) и поверхностью, называется пирамидой.

Иначе, пирамидой называется тело, поверхность которого состоит из некоторого числа плоских треугольников — боковых граней и одного плоского многоугольника — основания.

Если рассечь призматическую поверхность с замкнутой образующей двумя плоскостями, не параллельными образующей, то часть пространства, расположенная между секущими плоскостями внутри поверхности, называется призмой. Ее боковая поверхность состоит из параллелограммов или прямо-

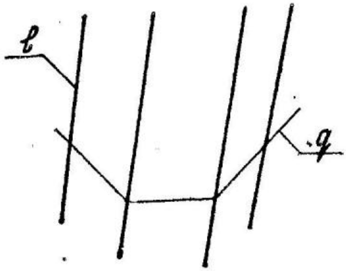


Рис. 1.5

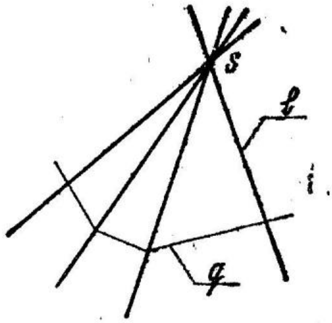


Рис. 1.6

угольников, по числу которых призма называется трех, — четырехгранной и т. д. Основания призмы — плоские многоугольники с числом сторон, равным числу боковых граней.

На практике редко изображают призматическую и пирамидальную поверхности, обычно изображают призмы и пирамиды, т. е. тела.

б) Построение проекций точек, принадлежащих поверхности гранного тела

Для построения неизвестной проекции точки, принадлежащей гранной поверхности, можно использовать прямые линии частного и общего положения, принадлежащие граням поверхности и проходящие через заданную проекцию точки.

Пусть задана пирамида двумя своими изображениями — главным видом и видом сверху. На боковой грани дана фронтальная проекция точки *1* (*1''*). Построить вторую проекцию этой точки (рис. 1.7).

Для решения этой задачи через точку *1''* проведем вспомогательную прямую, принадлежащую поверхности и проходящую через проекцию вершины *S''*. Найдем горизонтальную проекцию этой прямой и с помощью линии проекционной связи построим горизонтальную проекцию точки *1* (*1'*).

в) Поверхности вращения общего вида

Поверхностью вращения общего вида называется поверхность, образованная произвольной кривой (образующей l) при ее вращении вокруг неподвижной оси i. Следовательно, геометрическая часть определителя включает в себя образующую l и ось вращения i.

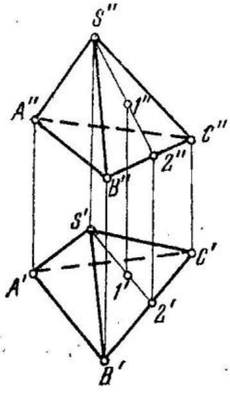


Рис. 1.7

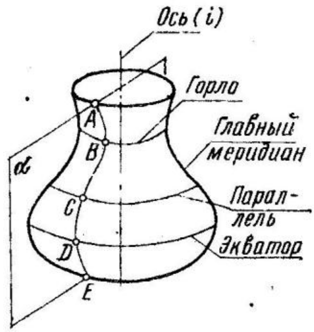


Рис. 1.8

Каждая точка образующей (A, B, C, D) при вращении вокруг оси описывает окружность с центром на оси. Эти окружности (различных или одинаковых диаметров) называются *параллелями* поверхности (P).

Наименьшая параллель называется *горлом* (P_{min}), наибольшая параллель — экватором (P_{max}). Поверхность вращения в зависимости от формы образующей может иметь несколько горл и несколько экваторов или не иметь ни одного горла (рис. 1.8). Так как образующая состоит из бесконечного числа точек, то параллели образуют непрерывный каркас.

Плоскости, проходящие через ось вращения, называются меридиональными (α). Линии их пересечения с поверхностью называются меридианами (m).

Меридиональная плоскость α_1, параллельная плоскости проекций, называется главной меридиональной плоскостью, а линия ее пересечения с поверхностью вращения — главным меридианом. Он проецируется в истинную величину и определяет очерк поверхности. Через ось вращения можно провести бесчисленное множество меридиональных плоскостей, т. е. получить бесчисленное множество меридианов. Следовательно, меридианы также образуют непрерывный каркас поверхности вращения. Любой меридиан является в то же время образующей.

Параллели и меридианы (образующие) образуют непрерывную каркасную сеть поверхности вращения, т. е. через каждую точку поверхности можно провести две каркасные линии — параллель и меридиан.

При задании поверхности вращения на чертеже изображают проекции оси i, фронтальную проекцию главного меридиана и горизонтальную проекцию экватора (если ось i перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций), а также проекции горла и линий пересечения поверхности вращения с плоскостями.

г) Определители элементарных поверхностей вращения

1. Цилиндрическая поверхность.

Образующая l — прямая параллельная оси вращения i.

Геометрическая часть определителя: $\Phi = \{l,\ i,\ R\}$ (см. рис. 1.9, *а*).

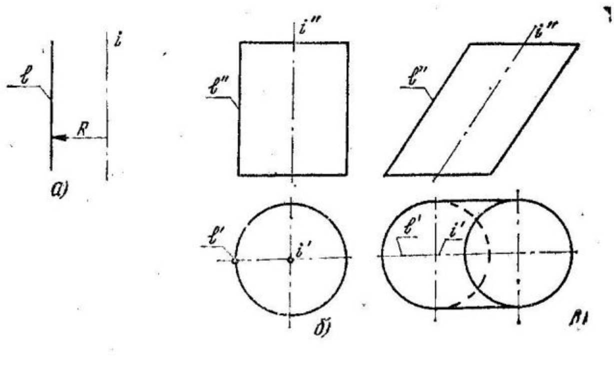


Рис. 1.9

Алгоритмическая часть: $l \parallel i$.

Если рассечь цилиндрическую поверхность параллельными плоскостями, перпендикулярными оси, то часть пространства, расположенная внутри поверхности между секущими плоскостями (которые называются основаниями) будет называться *цилиндром* и являться геометрическим телом. На чертеже цилиндр изображается проекцией главного меридиана и параллели.

Если ось вращения перпендикулярна плоскости проекций, то цилиндр называется прямым круговым. Если ось i неперпендикулярна плоскости проекций, то цилиндр называется наклонным (рис. 1.9, *б, в*).

2. Коническая поверхность.

Образующая l — прямая линия, которая при вращении вокруг оси i все время проходит через точку S, лежащую на оси.

Геометрическая часть определителя: $\Phi = \{i, l, \varphi, S\}$ (рис. 1.10, *а*).

Алгоритмическая часть: $l \cap i = S$.

Точка S называется вершиной конуса.

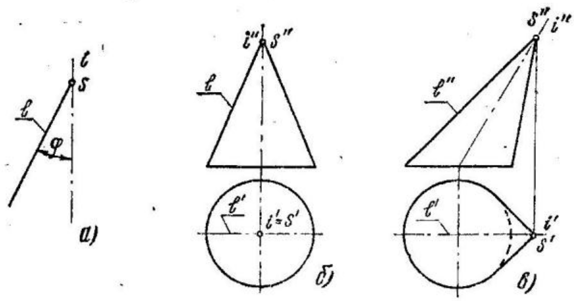


Рис. 1.10

Если рассечь коническую поверхность плоскостью, не проходящей через вершину S, то часть пространства, ограниченная поверхностью и плоскостью (которая называется основанием) будет называться конусом и являться геометрическим телом. На чертеже конус изображается проекцией главного меридиана (или, что то же самое — проекцией экватора).

Если ось вращения перпендикулярна плоскости проекций, то конус называется прямым круговым. Если ось вращения неперпендикулярна плоскости проекций, то конус называется наклонным (рис. 1.10, *б, в*).

Цилиндр и конус — это линейчатые поверхности вращения.

3. Тор.

Тором называется поверхность, образованная вращением окружности или ее части (дуги) вокруг оси i, не проходящей через ее центр, но лежащей в ее плоскости.

Геометрическая часть определителя: $\Phi = \{i, l, R, r\}$.

В зависимости от соотношения величин R — радиуса образующей окружности и расстояния r от центра образующей до оси вращения различают:

1) открытый (кольцевой) тор, $R < r$, т. е. образующая не пересекает ось вращения;

2) закрытый тор, $R = r$, т. е. образующая касается оси вращения;

3) самопересекающийся тор, $R > r$; т. е. образующая пересекает ось (рис. 1.11, *а, б, в*). В последнем случае образующая разделяется осью вращения на отдельные части, каждая из которых образует свою поверхность.

На чертеже тор изображается проекциями контура видимости. Окружность, по которой перемещается центр образующей при ее вращении вокруг оси, называется криволинейной осью тора (рис. 1.12, *а, б, в*).

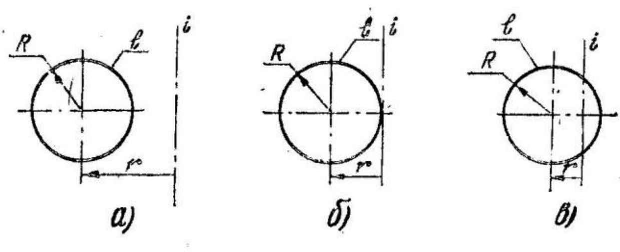


Рис. 1.11

4. Сфера.

Сфера образуется в том случае, если центр окружности образующей принадлежит оси вращения. Сферу можно рассматривать как частный случай тора, у которого $r = 0$.

Геометрическая часть определителя $\Phi = \{l, i\}$.

На чертеже сфера изображается проекциями главного меридиана и экватора (рис. 1.13)

5. Глобоид.

Образующей этой поверхности является дуга окружности, плоскость которой в общем случае может не совпадать с осью вращения (рис. 1.14).

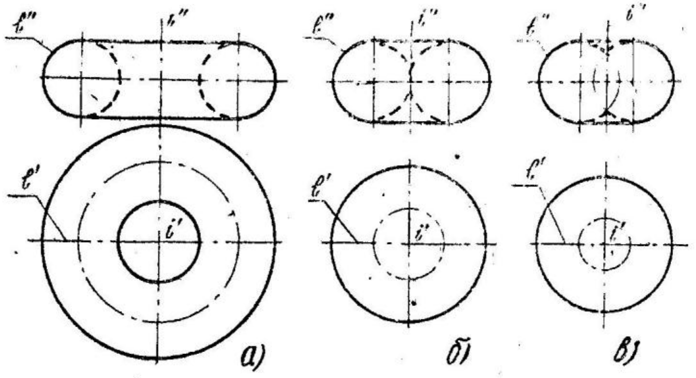


Рис. 1.12

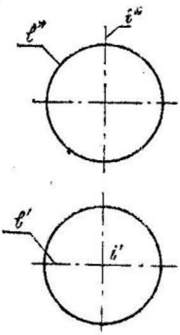


Рис. 1.13

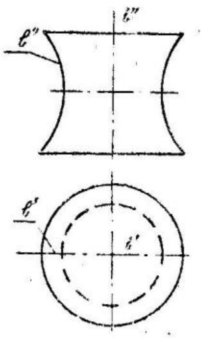


Рис. 1.14

д) Построение проекций точек, принадлежащих поверхностям вращения

Для того чтобы на чертеже поверхности построить проекции принадлежащей ей точки, необходимо вначале построить проекцию какой-либо линии, принадлежащей поверхности и проходящей через заданную проекцию точки. Затем строят вторую проекцию линии и находят на ней недостающую проекцию искомой точки.

В качестве вспомогательных надо использовать простые и удобные для построения линии: окружности и прямые. Следовательно, для линейчатых поверхностей вращения можно использовать каркасные линии — параллели и образующие. Для нелинейчатых — только параллели.

Рассмотрим конкретные примеры.

1. Прямой круговой цилиндр. Занимает проецирующее положение, так как на виде сверху вся боковая поверхность цилиндра спроецировалась в линию (окружность). Все параллели цилиндра проецируются в эту окружность. Горизонтальные проекции точек A и B определяются как точки пересечения линии проекционной связи с окружностью в соответствующих местах (в зависимости от расположения точки на цилиндре). Невидимые точки изображаются заключенными в круглые скобки (рис. 1.15).

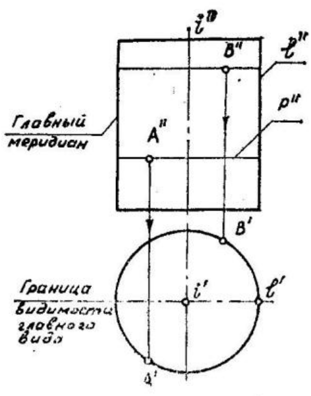


Рис. 1.15

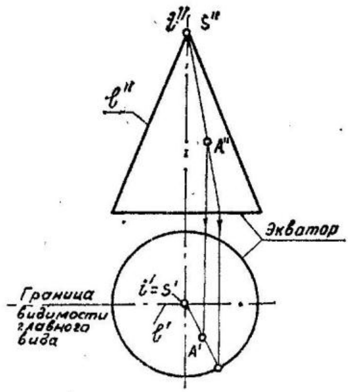


Рис. 1.16

2. Прямой круговой конус. На фронтальной проекции конуса задана проекция точки A (A''). Проведем через нее проекцию какой-либо каркасной линии (в данном случае — меридиана). На виде сверху строим ее вторую проекцию и по линии проекционной связи находим на ней вторую проекцию точки A (A') (рис. 1.16).

3. Сфера. Это нелинейчатая поверхность вращения. Поэтому для построения недостающих проекций точек надо использовать параллели (рис. 1.17).

4. Самопересекающийся тор. Для построения недостающих проекций точек также можно использовать только параллели (рис. 1.18).

Для рассмотренных поверхностей вращения можно сделать следующие выводы:

1. Если на одном виде проекция точки лежит на очерке поверхности вращения (не на основании), то на другом виде ее проекция будет расположена на проекции оси.

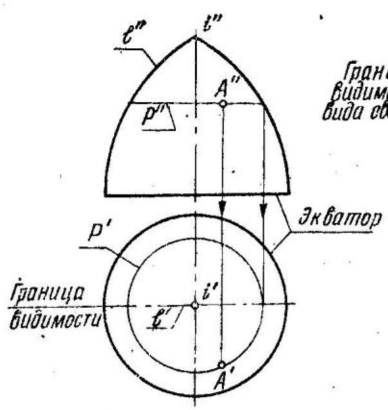


Рис. 1.18

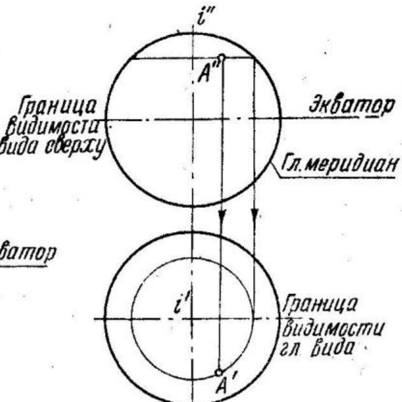


Рис. 1.17

2. Очерком поверхности на главном виде является главный меридиан (очерковые образующие), а на виде сверху — экватор поверхности (ось поверхности перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций).

3. Главный меридиан делит поверхность на переднюю и заднюю части; экватор — на верхнюю и нижнюю. Экватор и меридиан являются границами видимости поверхности.

Алгоритм построения недостающей проекции точки.

1) Через заданную проекцию точки проводим проекцию какой-либо линии каркаса (параллели или образующей).

2) Находим проекцию этой линии на втором заданном виде.

3) При помощи линии проекционной связи находим на ней вторую проекцию точки.

1.5. Построение проекций линии, принадлежащей поверхности вращения

Линия — это множество точек. Следовательно, для построения линии, принадлежащей поверхности, в общем случае надо построить проекции точек, принадлежащих этой линии. Проекции точек строятся при помощи линий каркаса (параллелей и образующих).

Прежде чем приступить к построению проекции линии на поверхности надо провести классификацию точек, принадлежащих ей. Среди точек линии необходимо выделить: 1) характерные точки; 2) промежуточные точки.

Характерные точки определяют характер линии и ее видимость. К ним относятся точки, лежащие на проекциях очерка поверхности, на проекциях осей поверхности, экстремальные точки (высшая, низшая, крайняя левая, крайняя правая, ближняя, дальняя), точки начала и конца линии.

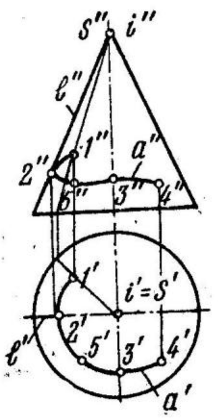


Рис. 1.19

Среди характерных точек выделяются очевидные точки, которые для своего нахождения не требуют дополнительных построений (не надо использовать каркасные линии), а определяются при помощи линий проекционной связи. В некоторых случаях одна и та же точка может выполнять несколько функций.

Промежуточные точки выделяются на заданной линии для более точного графического построения искомой проекции линии.

Рассмотрим пример построения проекции произвольной кривой линии a на поверхности конуса (рис. 1.19).

Задана проекция линии a'.

Выделяем на проекции a':

1) характерные точки: $1'$, $4'$ — начало и конец линии, $2'$, $3'$ — точки, лежащие на проекциях осей (т. $2'$ — очевидная);

2) промежуточная точка — $5'$.

Недостающие проекции точек определяются при помощи линий каркаса — образующих. Затем решаются вопросы видимости линии.

Алгоритм построения проекции линии

1. Выделяем характерные и промежуточные точки.
2. При помощи линий каркаса строим недостающие проекции выделенных точек.
3. Определяем видимость линии.
4. Соединяем полученные проекции точек в логической последовательности (как они соединены на заданном виде).

2. ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

В практике часто приходится иметь дело с телами, усеченными плоскостями.

Будем рассматривать тела, ограниченные боковой поверхностью и плоскостями (основаниями), занимающими частное положение — проецирующими и уровня.

2.1. Построение сечения гранных поверхностей

Грани поверхности являются плоскими многоугольниками, поэтому они будут пересекаться с заданной плоскостью по прямым. В этом случае линией пересечения является ломаная линия.

Различают два способа построения сечения гранных поверхностей плоскостью: способ граней — определяются стороны многоугольника сечения, способ ребер — определяются вершины многоугольника сечения.

а) Сечения призмы. Рассмотрим случай сечения прямой трехгранной призмы фронтально проецирующей плоскость $\alpha(\alpha \perp V)$ (рис. 2.1).

Линией сечения является ломаная линия — треугольник. Фронтальная проекция линии сечения совпадает с проекцией плоскости $\alpha(\alpha'')$, горизонтальная проекция — с горизонтальной проекцией призмы. Зададим характерные точки линии пересечения [1, 2, 3].

Затем построим истинную величину верхней грани призмы способом замены плоскостей проекций.

б) Сечение пирамиды. Рассмотрим случай сечения трехгранной пирамиды фронтально проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha \perp V)$ (рис. 2.2).

Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией плоскости $\alpha(\alpha'')$. Горизонтальную проекцию линии пересечения (точек 1, 2, 3), находят из условия принадлежности точек (1, 2, 3) ребрам пирамиды.

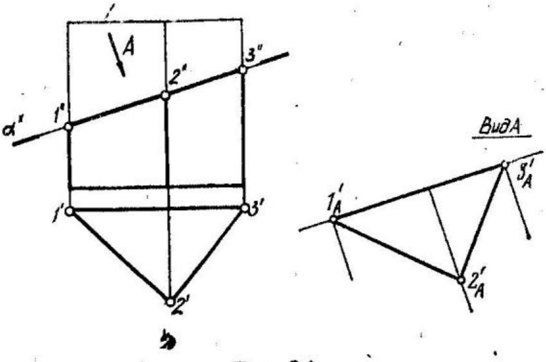


Рис. 2.1

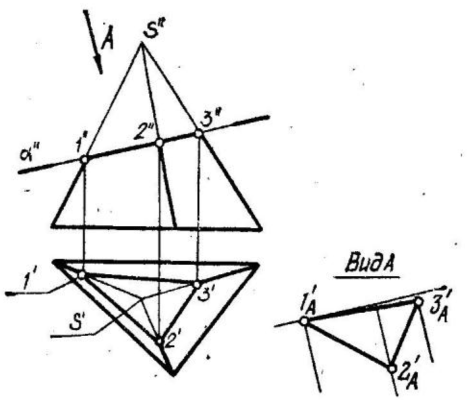


Рис. 2.2

2.2. Построение сечения поверхностей вращения

а) Сечение цилиндрической поверхности. При пересечении цилиндрической поверхности плоскостями могут быть получены следующие линии:

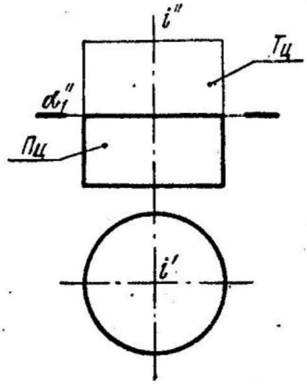


Рис. 2.3

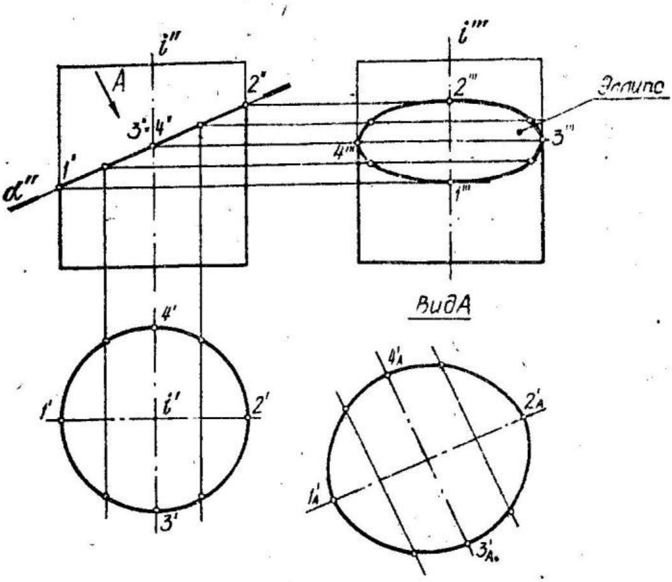


Рис. 2.4

1) Окружность, если секущая плоскость перпендикулярна к оси вращения, $\alpha_1 \perp i$ (на чертеже $\alpha_1'' \perp i''$), α_1 — горизонтальная плоскость уровня (рис. 2.3).

2) Эллипс, если секущая плоскость пересекает все образующие цилиндра, т. е. не параллельна и не перпендикулярна к оси вращения, $\alpha_2 \cap \forall\, l_i$, α_2 — фронтально проецирующая плоскость, поэтому фронтальная проекция линии пересечения α_2 с поверхностью цилиндра совпадает с фронтальной проекцией плоскости α_2'' и проецируется в прямую $[1''2'']$, а на горизонтальной плоскости проекций проецируется в окружность, совпадающую с проекцией цилиндрической поверхности. Малая ось эллипса всегда равна диаметру цилиндра [2, 4] (рис. 2.4). Определяем истинную величину верхнего основания.

3) Две образующие (прямые), если секущая плоскость параллельна образующим поверхности цилиндра и оси вращения $\alpha_3 \parallel \forall\, l_i$, $\alpha_3 \parallel i$, (рис. 2.5).

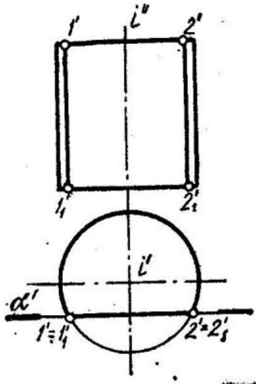


Рис. 2.5

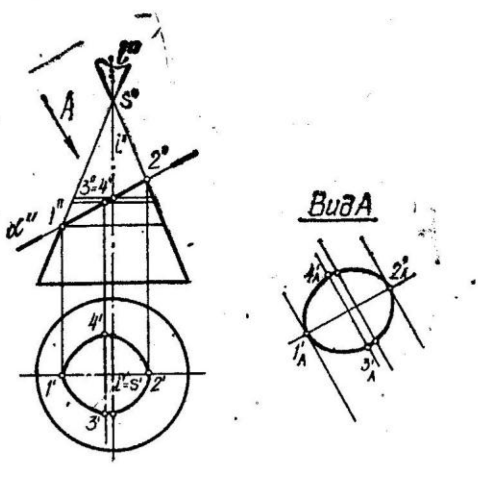


Рис. 2.7

б) *Сечение конической поверхности.* При пересечении конической поверхности плоскостью могут быть получены следующие линии:

1) Окружность, если секущая плоскость перпендикулярна к оси вращения ($\alpha_1 \perp i$, $\alpha_1 \parallel H$) и пересекает все образующие (рис. 2.6).

1) Окружность, если секущая плоскость перпендикулярна к оси вращения, $\alpha_1 \perp i$ (на чертеже $\alpha_1'' \perp i''$), α_1 — горизонтальная плоскость уровня (рис. 2.3).

2) Эллипс, если секущая плоскость пересекает все образующие цилиндра, т. е. не параллельна и не перпендикулярна к оси вращения, $\alpha_2 \cap \forall\, l_i$, α_2 — фронтально проецирующая плоскость, поэтому фронтальная проекция линии пересечения α_2 с поверхностью цилиндра совпадает с фронтальной проекцией плоскости α_2'' и проецируется в прямую $[1''2'']$, а на горизонтальной плоскости проекций проецируется в окружность, совпадающую с проекцией цилиндрической поверхности. Малая ось эллипса всегда равна диаметру цилиндра [2, 4] (рис. 2.4). Определяем истинную величину верхнего основания.

3) Две образующие (прямые), если секущая плоскость параллельна образующим поверхности цилиндра и оси вращения $\alpha_3 \parallel \forall\, l_i$, $\alpha_3 \parallel i$, (рис. 2.5).

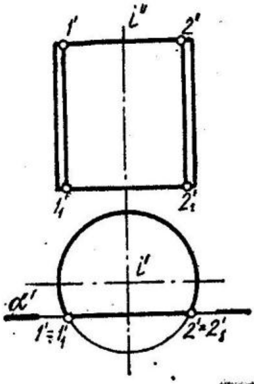


Рис. 2.5

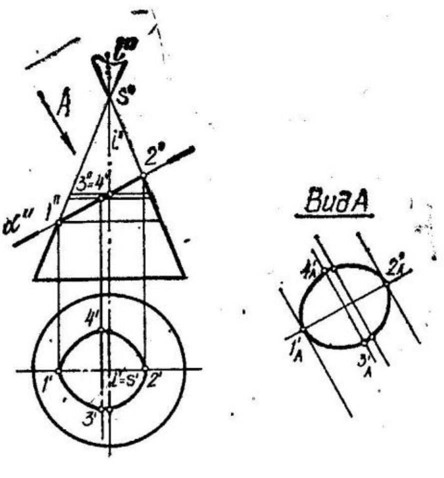


Рис. 2.7

б) *Сечение конической поверхности.* При пересечении конической поверхности плоскостью могут быть получены следующие линии:

1) Окружность, если секущая плоскость перпендикулярна к оси вращения ($\alpha_1 \perp i$, $\alpha_1 \parallel H$) и пересекает все образующие (рис. 2.6).

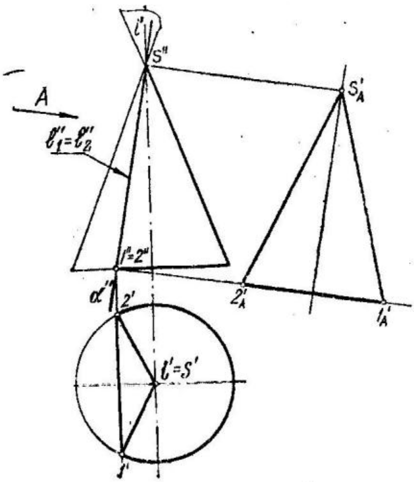


Рис. 2.10

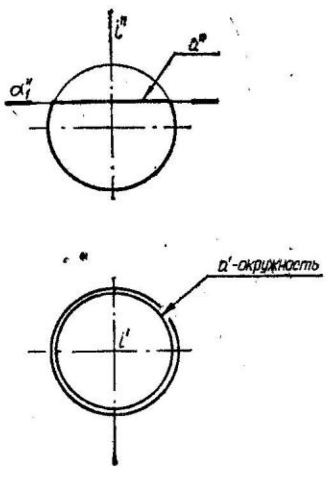


Рис. 2.11

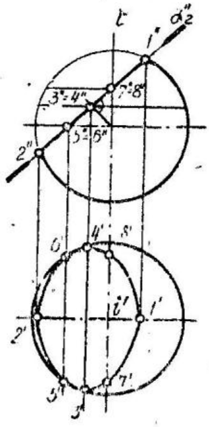


Рис. 2.12

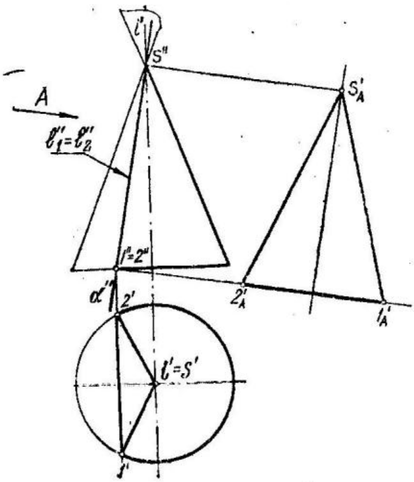


Рис. 2.10

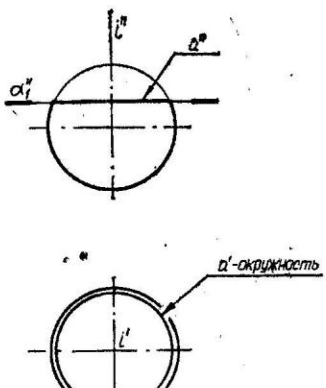


Рис. 2.11

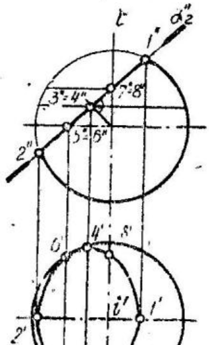


Рис. 2.12

в) Сечение сферы. В этом случае линией пересечения будет окружность. Если плоскость занимает положение плоскости уровня, то на параллельную плоскость проекций эта окружность сечения будет проецироваться без искажения, а на перпендикулярную плоскость проекций — в отрезок прямой, равный по длине диаметру окружности. На рис. 2.11 α_1 — горизонтальная плоскость уровня. Линия пересечения проецируется на горизонтальную плоскость проекцией H без искажения — в окружность a', а на плоскость проекций V — в отрезок прямой a''.

Если секущая плоскость α_2 занимает проецирующее положение, то на плоскость проекций, перпендикулярную плоскости α_2, линия сечения (окружность) будет проецироваться в отрезок прямой, равный по длине диаметру окружности, а на другую плоскость проекций — в эллипс, большая ось которого равна диаметру окружности (рис. 2.12).

3. РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Развертка поверхности представляет собой плоскую фигуру, которая получается путем совмещения данной поверхности с плоскостью. Каждой точке на поверхности соответствует вполне определенная и единственная точка на развертке и наоборот.

На чертежах приходится выполнять построение разверток поверхностей деталей, усеченных плоскостями. Это необходимо для раскроя листового материала, из которого изготовляются детали. К таким деталям относятся части водоводов, вентиляционных устройств и т. д.

Поверхности, которые могут быть совмещены с плоскостью без разрывов и складок называются развертывающимися, поверхности, которые не могут быть совмещены с плоскостью, относятся к неразвертывающимся.

К группе развертывающихся поверхностей относятся только линейчатые поверхности.

3.1. Построение развертки поверхности призмы

Призма ограничивается боковой поверхностью (боковыми гранями) и плоскостями верхнего и нижнего основания. Боковые грани являются горизонтально проецирующими плоскостями, плоскость верхнего основания — фронтально проецирующая, нижнего — горизонтальная плоскость уровня. Развертка поверхности состоит из развертки боковой поверхности и оснований призмы.

1. Для построения развертки боковой поверхности призмы совместим все грани с плоскостью чертежа. Для этого мысленно разрежем боковую поверхность призмы по ребру $[1_1 1]$, и будем последовательно совмещать с плоскостью развертки боковые грани призмы.

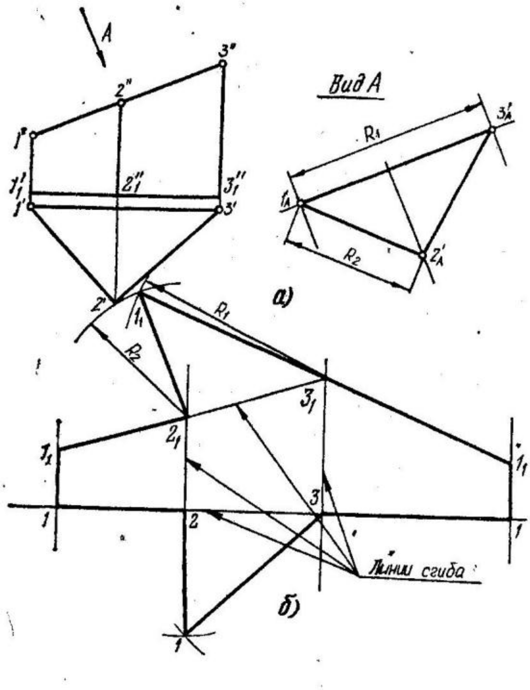


Рис. 3.1

2. Определим истинную величину верхнего основания призмы (пл. *1*, *2*, *3*) (рис. 3.1, *а*).

3. К развертке боковой поверхности призмы пристроим верхнее и нижнее основания (рис. 3.1, *б*).

3.2. Построение развертки поверхности пирамиды

Полная развертка поверхности пирамиды состоит из развертки боковой поверхности и многоугольника основания. Если пирамида усеченная, то добавляется еще многоугольник верхнего основания. Построение развертки сводится к определению истинных величин граней и оснований пирамиды. Рассмотрим построение развертки усеченной трехгранной пирамиды (рис. 3.2, *а, б*).

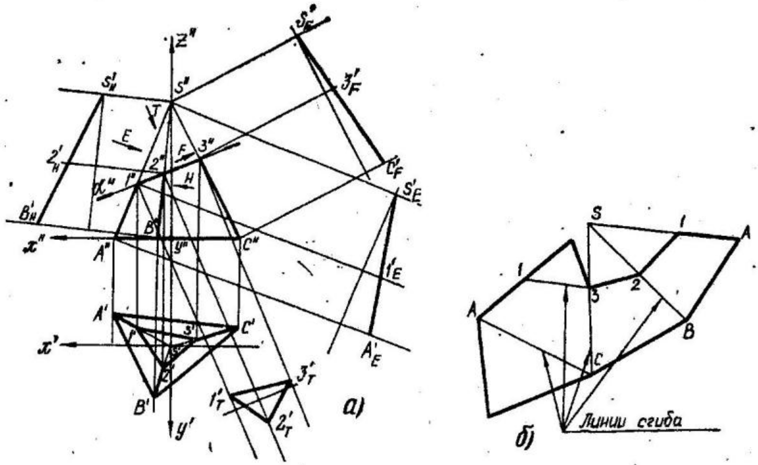


Рис. 3.2

Сначала построим развертку неусеченной пирамиды, все грани которой имеют форму треугольников. Для этого необходимо найти истинную величину боковых граней, т. е. определить истинную величину ребер пирамиды. Это можно сделать уже известными способами (вращения, замены плоскостей проекций). В данном примере истинная величина ребер определяется способом замены плоскостей проекций. При этом определяется также истинная величина ребер усеченной пирамиды.

Плоскость нижнего основания является горизонтальной плоскостью уровня, поэтому на вид сверху она проецируется истинной величиной. Плоскость верхнего основания — фронтально проецирующая, поэтому необходимо определить ее истинную величину (в данном случае — способом замены плоскостей проекций).

Для построения развертки выбираем на чертеже произвольную точку S (вершину пирамиды) и по трем сторонам методом засечек строим треугольники боковых граней. Последовательность в расположении граней на развертке может быть различной. Этим же способом к одной из граней пристраиваем нижнее основание.

Затем на соответствующих ребрах откладываем истинные величины ребер усеченной пирамиды и получаем линию развернутого верхнего основания. После чего пристраиваем верхнее основание.

Между поверхностью пирамиды и ее разверткой устанавливается взаимно однозначное соответствие, т. е. каждая точка поверхности пирамиды соответствует строго определенной точке развертки (это не относится к точкам, лежащим на ребрах, по которым поверхность разрезана).

Если в основании пирамиды лежит четырехугольник (и более), то для его построения на развертке недостаточно знать истинную величину его сторон, чтобы выполнить требование сохранения площадей. Для этого необходимо определить истинную величину угла между сторонами или разделить его на треугольники. Этот последний способ называется способом триангуляции и сводится к определению истинных величин сторон треугольников.

3.3. Построение развертки поверхности усеченного цилиндра

Цилиндр вращения развертывается на плоскость в виде прямоугольника, у которого длина равна длине окружности $2\pi R$, а высота — высоте цилиндра.

1. Разобьем окружность основания на n частей, например на 12. Через отмеченные точки *1, 2, 3 ... 12* проведем образующие на поверхности и соответственно на развертке. Длина образующих определяется фронтальной проекцией цилиндра. Построение боковой поверхности удобно начинать с построения очерковых образующих 1B или 7C. Затем по соответствующим линиям на развертке откладываем длины отрезков образующих, равные их фронтальным проекциям. Полученные точки соединяем плавной кривой.

2. Определим истинную величину верхнего основания цилиндра.

3. К развертке боковой поверхности цилиндра пристроим верхнее и нижнее основания (рис. 3.3, *а, б*).

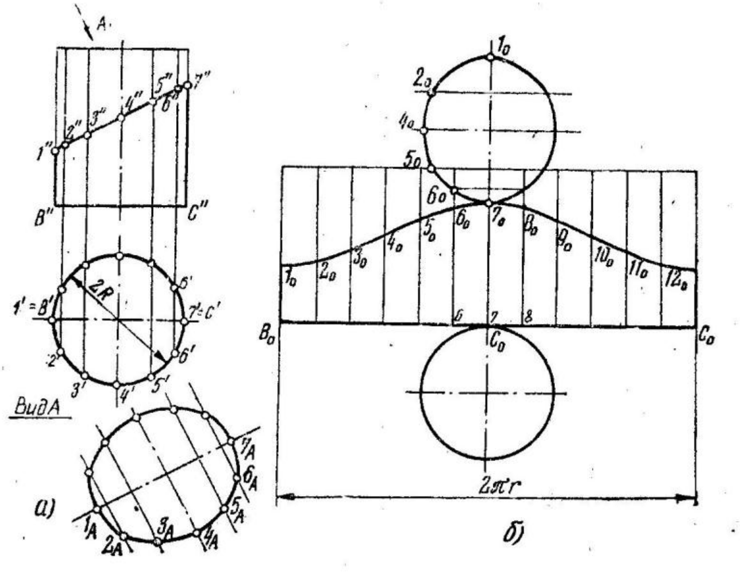


Рис. 3.3

3.4. Построение развертки поверхности усеченного конуса

Поверхность конуса вращения развертывается в круговой сектор $\varphi=\frac{360°\cdot r}{l}$, где r — радиус окружности основания конуса, l — образующая конуса.

1. Чтобы изобразить развертку поверхности усеченного конуса, построим круговой сектор радиусом [SA], разобьем основание конуса и дугу сектора на равные части, например на 12 и проведем через данные деления образующие на поверхности и на развертке. После этого определим истинные величины отрезков образующих между нижним и верхним основаниями.

Истинные величины отрезков образующих легко определить вращением образующих вокруг оси конуса до положения, параллельного фронтальной плоскости проекций. Две образующих [SA] и [SB] на фронтальную плоскость проецируются без искажения. Для определения истинной величины произвольной образующей, например [SC], повернем ее вокруг оси конуса до положения [SA], тогда фронтальная проекция $3''$ точки 3 переместится в положение $3_1''$ и истинная величина искомой образующей будет равна $[A''3_1'']$. Аналогичным построением определим длину отрезка любой образующей и отложим эту величину на соответствующей линии развертки. Соединив полученные точки плавной кривой, получим развертку конической поверхности.

2. Определим истинную величину верхнего основания конуса.

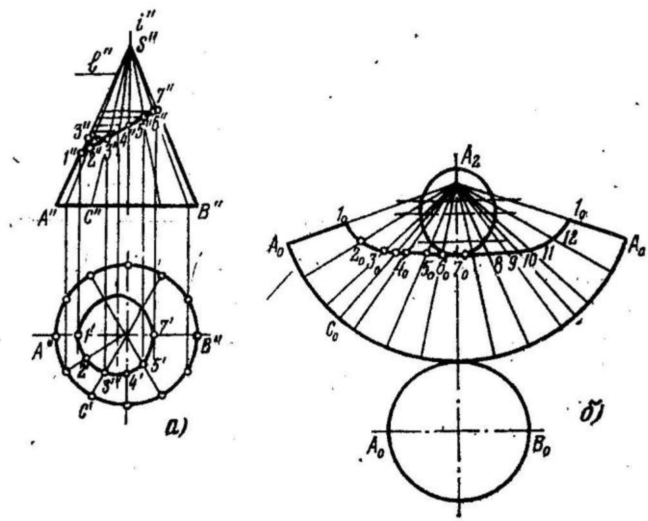


Рис. 3.4

3. К развертке боковой поверхности конуса пристроим верхнее и нижнее основания (рис. 3.4, *а, б*).

«Развертку» неразвертывающихся поверхностей можно выполнить только приближенно. Построение разверток неразвертывающихся поверхностей сводится к замене элементов неразвертывающейся поверхности элементами простой развертывающейся поверхности.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМЕ

Практические занятия по теме «Поверхности и развертки» имеют целью:

1. Закрепить теоретические знания по вопросам: образование поверхностей, классификация поверхностей, задание поверхностей на чертеже, построение проекций точек и линий, принадлежащих поверхности и определение их видимости, построение сечений поверхностей плоскостями и определение истинных величин сечений.

2. Усвоить понятия: определитель поверхности, очерковые линии, каркасные линии (образующие направляющие).

3. Ознакомить с основными способами построения разверток развертываемых поверхностей.

4.1. Графические задания, выполняемые на практических занятиях

Практические занятия по данной теме начинаются с изучения способов задания поверхностей вращения на чертеже. Студентам выдаются текстовые задания № 1 ... 5 (см. приложение), по которым необходимо построить изображения цилиндра, конуса, сферы, открытого и самопересекающегося тора. Задачи выполняются на миллиметровой бумаге ф. А4 (задача № 1 выполняется на ф. А3). На изображениях поверхностей обозначаются проекции геометрической части определителя (образующей и оси вращения) и при помощи каркасных линий находятся недостающие проекции точек, заданных в условиях задачи.

После этого студентам выдаются тестовые задачи на построение недостающей проекции точки, принадлежащей поверхности. Пример теста приведен на рис. 4.1, *а*, а пример выполнения его на рис. 4.1, *б*.

На втором практическом занятии выполняются задачи на построение изображений поверхностей вращения, усеченных плоскостями. На рис. 4.2 показано задание на построение изображений конуса, усеченного тремя плоскостями. Студентам необходимо определить характер и название линий, получающихся при этом, построить их недостающие проекции и истинные фигуры сечений. После этого решаются вопросы видимости. Задача выполняется в рабочей тетради.

Затем по индивидуальным графическим заданиям решаются задачи на построение двух изображений сферы, усеченной

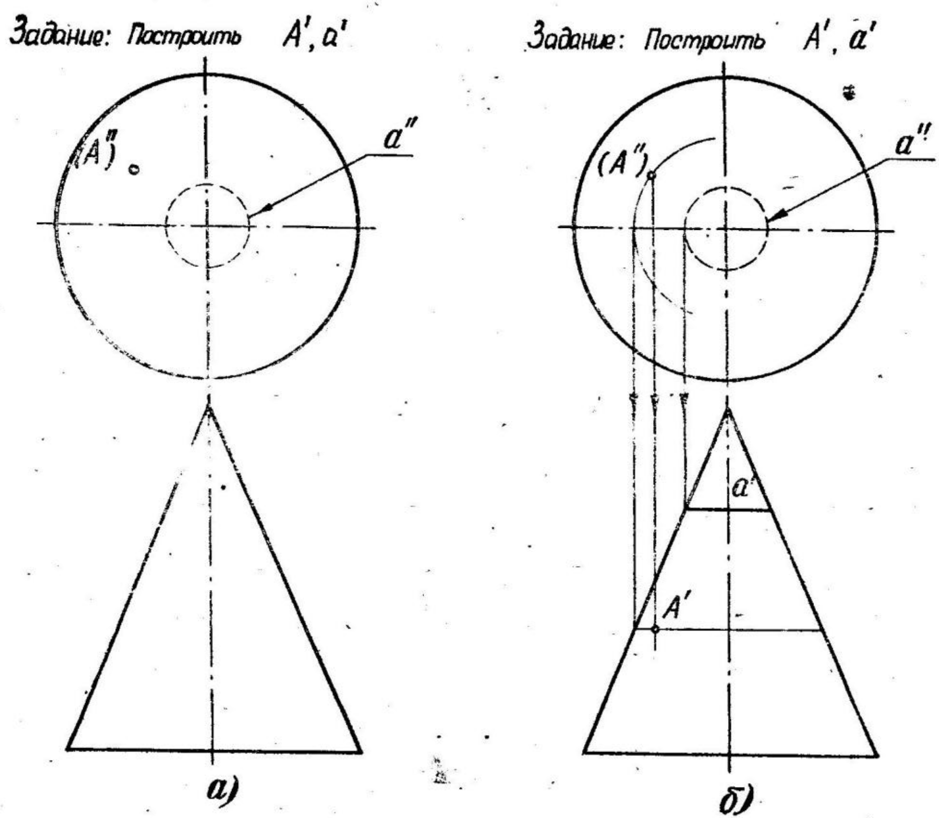


Рис. 4.1

2. Образование поверхностей

2.1. а) Определить названия линий пересечения боковой поверхности конуса с плоскостями α, β, γ.

б) Построить горизонтальную и профильную проекции конуса, усеченного плоскостями α, β, γ.

в) Постр истинный вид плоских фигур α и γ.

г) Поставить размеры, определяющие форму поверхности конуса

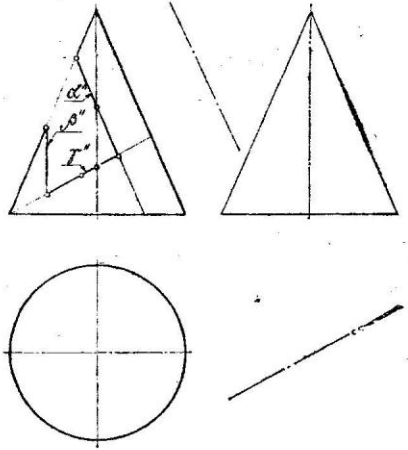


Рис. 4.2

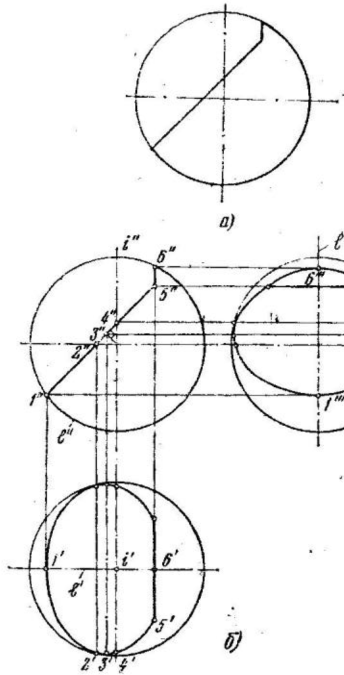
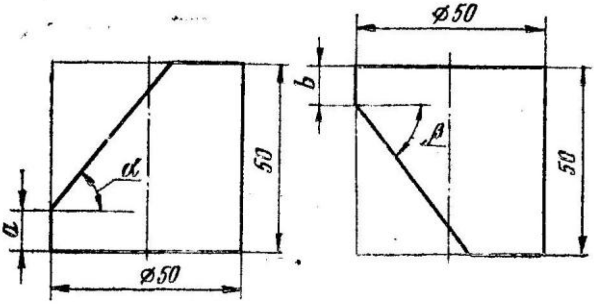


Рис. 4.3

двумя плоскостями. Пример задания и выполнения показан на рис. 4.3, *а*, *б*. Решается задача на миллиметровой бумаге ф. А4.



N	a	α°
1	0	30
3	5	30
5	10	30
7	15	30
9	20	30
11	25	30
13	30	30
15	0	45
17	5	45
19	10	45
21	15	45
23	20	45
25	0	60

N	b	β°
2	0	60
4	0	45
6	5	45
8	10	45
10	15	45
12	20	45
14	0	30
16	5	30
18	10	30
20	15	30
22	20	30
24	25	30
26	30	30

Рис. 4.4

На этом же занятии продолжается решение задачи № 3.1. Построенный на предыдущем занятии цилиндр усекается плоскостью, занимающей проецирующее положение. На рис. 4.4 заданы варианты расположения секущей плоскости. Строятся изображения усеченного цилиндра, определяется истинная величина сечения. После этого строится развертка боковой поверхности усеченного цилиндра. Пример решения задачи показан на рис. 4.5.

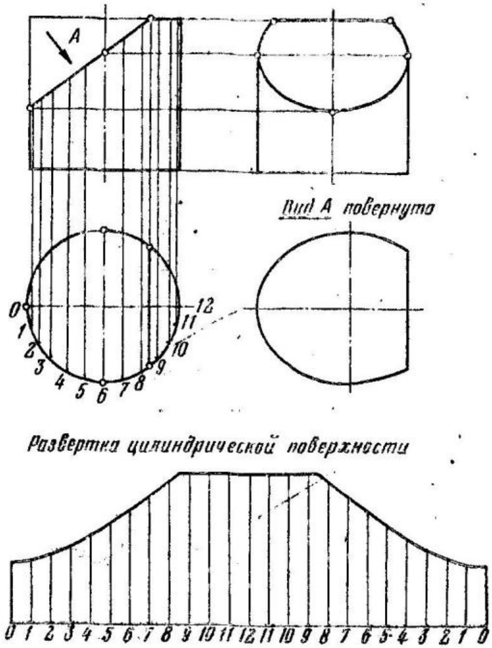


Рис. 4.5

При решении всех задач необходимо выделять и обозначать проекции характерных и промежуточных точек.

Третье занятие посвящается изучению гранных тел. По индивидуальным заданиям студенты решают задачи на построение проекций призмы. В условиях задачи задается главный вид прямоугольной призмы, усеченной проецирующей плоскостью. Рис. 4.6. Необходимо достроить вид сверху и вид слева. Выполняется задача на миллиметровой бумаге ф. А4. Пример решения этого варианта показан на рис. 4.7. Всего в комплекте 30 вариантов.

Во второй задаче, выполняемой на этом занятии, студенты должны построить проекции пирамиды, усеченной проеци-

1. Закончить изображение вида сверху.
2. Построить вид слева.

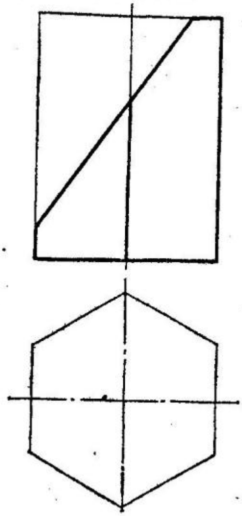


Рис. 4.6

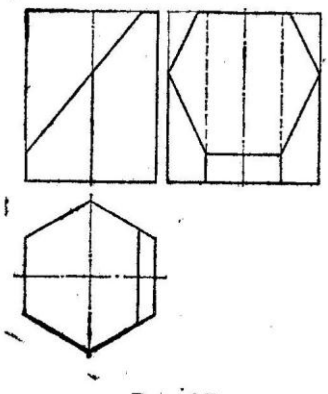
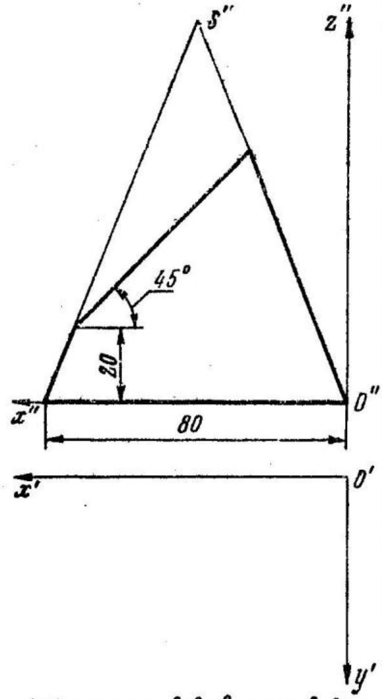


Рис. 4.7



Координата вершины S пирамиды

Четырех-угольная	Треугольная	y
№ варианта		
1	2	5
3	4	10
5	6	15
7	8	20
9	10	25
11	12	30
13	14	35
15	16	45
17	18	50
19	20	55
21	22	60
23	24	65
25	26	70
27	28	75
28	30	80

1. Построить вид сверху и вид слева усеченной пирамиды.

Для четных номеров - треугольная (основание - равносторонний треугольник)

Для нечетных номеров - четырехугольная (основание - квадрат)

Координаты вершины S: $x=40$; $z=110$; y - задана в таблице

2. Выполнить полную развертку усеченной пирамиды и определить истинный вид верхнего основания

Рис. 4.8

рующей плоскостью, определить истинный вид фигуры верхнего основания и затем построить полную развертку поверхности пирамиды. Задание представлено на рис. 4.8. Четные номера строят проекции трехгранной пирамиды, нечетные — четырехгранной, причем, вершина пирамиды S имеет различные величины координат для каждого варианта (координата y задана в таблице на рис. 4.8). Данная задача носит проблемный характер. Выполняется на миллиметровой бумаге ф. А3. Пример решения задачи представлен на рис. 4.9.

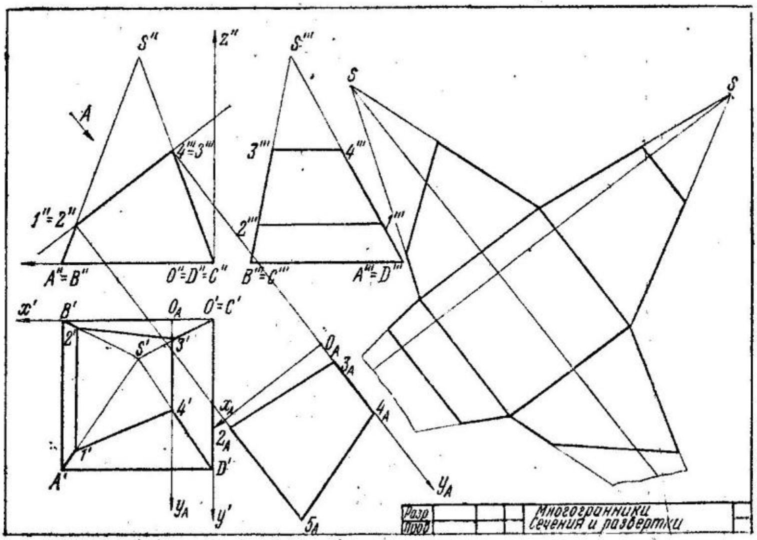
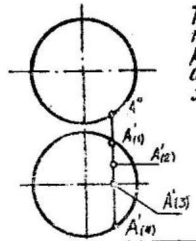


Рис. 4.9

Заканчивается это занятие выполнением тестовой работы. Студентам предлагается 5 вопросов, относящихся к определению принадлежности точек различным поверхностям (вращения и гранным). Студенты должны выбрать правильный ответ из 5 ответов, имеющихся в каждом вопросе. Пример одного варианта приведен на рис. 4.10.

1.

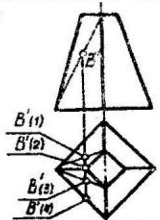


Точка A лежит на сферической поверхности. Укажите изображение точки на виде сверху, соответствующее ее изображению на виде спереди

Ответ:

1. A'(1) 3. A'(3) 5. Не знаю
2. A'(2) 4. A'(4)

2

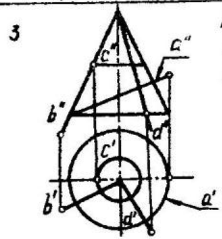


Точка B лежит на видимой спереди части поверхности пирамиды. Укажите изображение точки на виде сверху, соответствующее ее изображению на виде спереди.

Ответ:

1. B'(1) 3. B'(3) 5. Не знаю.
2. B'(2) 4. B'(4)

3

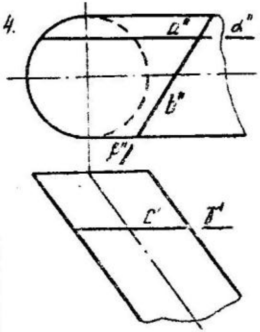


Какая из заданных линий a, b, c, d принадлежит поверхности конуса?

Ответ:

1. a 4. d
2. b 5. Не знаю
3. c

4.

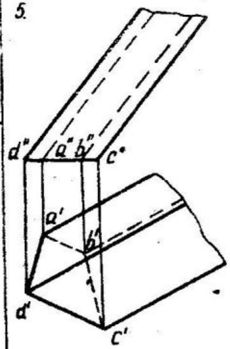


Какая из линий a, b, c, лежащих в плоскостях α, β, γ и принадлежащих поверхности цилиндра, является эллипсом?

Ответ:

1. a
2. b
3. c
4. Ни одна из них.
5. Не знаю.

5.



Укажите грань призмы видимую на видах спереди и сверху

Ответ:

1. ab
2. bc
3. cd
4. da
5. Не знаю.

ИГ-02-01

Рис. 4.10

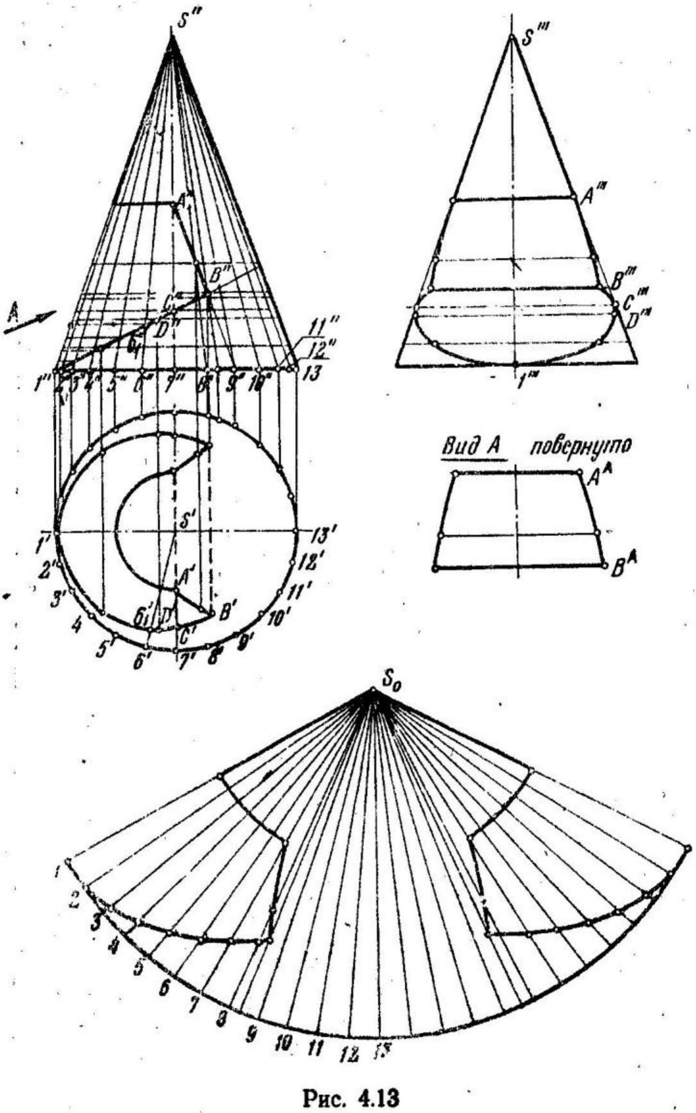

S''
A''
B''
C''
D''
A
11''
12''
13
1''
3''
4''
5''
7''
9''
S'''
A'''
B'''
C'''
D'''
1'''
Вид A повернуто
A^A
B^A
S'
A'
B'
C'
D'
1'
2'
3'
4
5'
6'
7'
8'
9'
10'
11'
12'
13'
S_0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Рис. 4.13

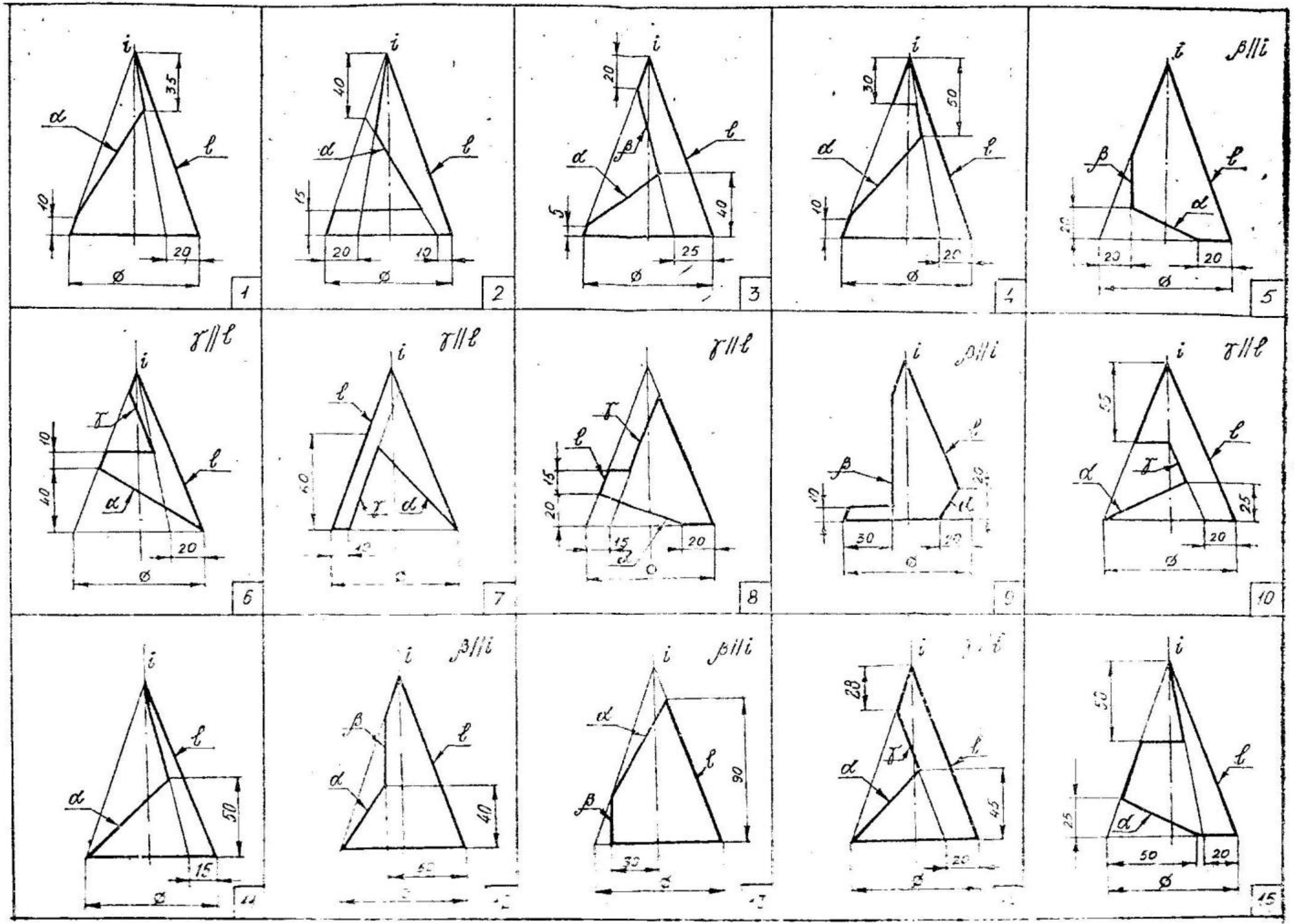
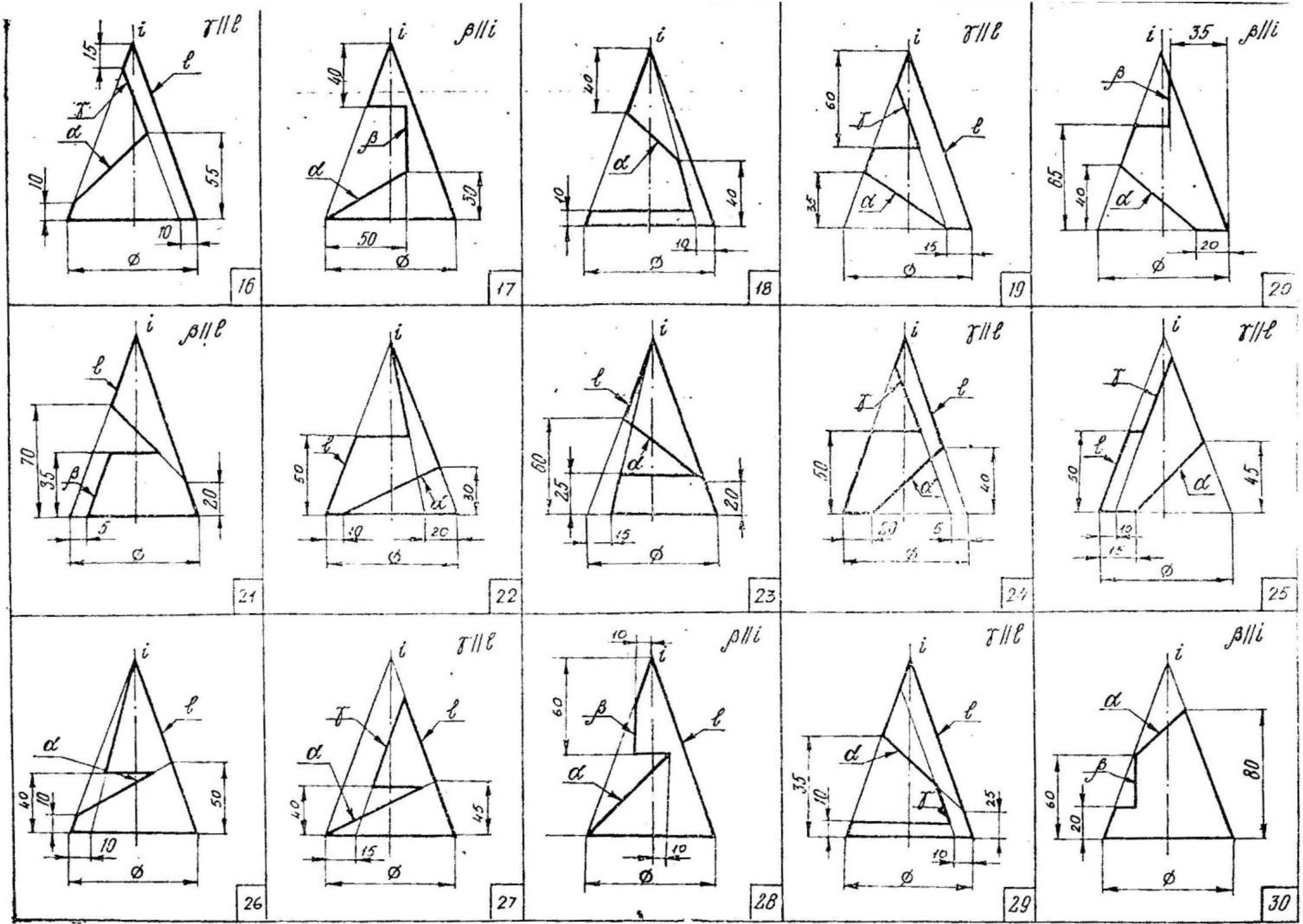


Рис. 4.11



γ||ℓ
β||i
γ||ℓ
β||i
β||ℓ
γ||ℓ
γ||ℓ
γ||ℓ
β||i
γ||ℓ
β||i
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30

Рис. 4.12

4.2. Выполнение индивидуальной графической работы

В индивидуальной графической работе по данной теме необходимо построить три вида конуса, усеченного двумя плоскостями таким образом, чтобы в сечении получался эллипс и еще какая-либо кривая линия второго порядка (гипербола или парабола). Затем определяется истинная величина фигур сечения и строится развертка боковой поверхности конуса. На рис. 4.11, 4.12 приведены варианты заданий на данную графическую работу, причем в каждом варианте конус имеет диаметр нижнего основания 80 мм и длину образующей 120 мм. Выполняется работа на ватмане ф. А3. Пример выполнения ИГР приведен на рис. 4.13. Работа выдается на первом занятии по теме и защищается на третьем.

Контрольные вопросы по теме

1. Что такое поверхность?
2. Способы образования поверхностей.
3. Способы задания поверхностей.
4. Что такое определитель поверхности?
5. Определители гранных поверхностей.
6. Определители поверхностей вращения.
7. Что такое очерк поверхности?
8. Что такое каркасные линии поверхностей вращения?
9. Построение проекций точек, принадлежащих поверхностям.
10. Определение видимости точек на поверхностях.
11. Построение проекций линий, принадлежащих поверхностям.
12. Что такое характерные точки, их классификация?
13. Линии на поверхности цилиндра в результате сечения его плоскостями.
14. Линии на поверхности конуса в результате сечения его плоскостями.
15. Линии на поверхности сферы в результате сечения ее плоскостями.
16. Что такое развертка поверхности?
17. Способы построения разверток развертываемых поверхностей.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Фролов С. А.** Начертательная геометрия. — М.: Машиностроение, 1983. — 240 с. (для изучения с. 82—117, 196—209).

2. **Кузнецов Н. С.** Начертательная геометрия. — М.: Высш. школа, 1981. — 263 с. (для изучения с. 67—93, 105—110).

3. **Тевлин А. М., Иванов Г. С., Нартова Л. Г. и др.**/Под ред. А. М. Тевлина. Курс начертательной геометрии на базе ЭВМ. — М..: Высш. школа, 1983. — 175 с. (для изучения с. 76—101, 137—143).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Образование поверхностей

1. Построить три проекции цилиндра вращения по заданному положению геометрических элементов определителя (l — образующая, i — ось): $i \perp H$; $l \perp H$; $|l_i| = 25$ мм; $l = 50$ мм.

Обозначить проекции линий очерка поверхности.

Построить проекции точек: A — видимая на видах спереди и слева на высоте 30 мм; B — не видимая на видах спереди и слева на высоте 15 мм.

2. Построить три проекции конуса вращения по заданному положению геометрических элементов определителя (l — образующая, i — ось): $i \perp H$; $l \parallel V$; $\widehat{li} = 30°$; $l = 60$ мм.

Обозначить проекции линий очерка поверхности.

Построить проекции точек: A — видимая на видах спереди и слева на высоте 25 мм, с помощью параллели; B — не видимая на видах спереди и слева на высоте 30 мм, с помощью образующей.

3. Построить три проекции сферы $R = 25$ мм. Обозначить три проекции главного фронтального и профильного меридианов, экватора.

Построить проекции точек: A — видимая на видах спереди, сверху, слева; B — не видимая на видах спереди и сверху, видимая на виде слева; C — не видимая на всех видах.

4. Построить три проекции самопересекающегося тора по заданному положению геометрических элементов определителя (l — образующая, i — ось): $i \perp W$; $l \parallel V$; l — дуга окружности радиуса 60 мм; диаметр экватора — 60 мм.

Обозначить проекции линий очерка поверхности.

Построить проекции точек: A — видимая на всех видах; B — не видимая на всех видах; C — видимая на видах спереди и слева и не видимая на виде сверху.

5. Построить две проекции кольцевого тора по заданному положению геометрических элементов определителя (l — образующая, i — ось). $i \perp H$; l — фронтально расположенная окружность $R=25$ мм; расстояние от оси вращения до центра образующей окружности 45 мм.

Обозначить проекции линий очерка поверхности.

Построить проекции точек, лежащих: A — на параллели диаметром 120 мм, видима на видах спереди и сверху; B — на параллели диаметром 60 мм в передней части тора, на виде сверху невидима; C — на параллели диаметром 90 мм в задней части тора, на виде сверху видима.

СОДЕРЖАНИЕ

И. В. Гордеева, Н. Г. Миронова, Т. А. Полтавцева, И. И. Тюфяков.
Е. К. Фирсова, Г. М. Фролова, В. Н. Шерстнева

Под ред. *К. К. Александрова*

Методические указания

по курсу

«Инженерная графика»

ПОВЕРХНОСТИ И РАЗВЕРТКИ

(Кафедра инженерной графики)

Технический редактор *О. В. Силуянова.*

Корректор *Л. М. Филиппова.*

Темплан издания МЭИ 1986 г., поз. 166 (метод.)
Подписано к печати 16.06.1986 г.
Формат бумаги 60×84/16. Печ. л. 2,75 + 1 вкл. Уч.-изд. л. 2,2.
Тираж 3000. Заказ 1513. Бесплатно.

Типография МЭИ, Красноказарменная, 13