

УДК
624

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

Е.В.ПОЗНЯК, С.И.КОЛОМЕНСКИЙ, А.Р.ПОЗДНЯКОВА

ОСНОВЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ МАШИН

Учебное пособие по курсу
«Строительная механика машин»
для студентов 3 курса, обучающихся по направлению
15.03.03 Прикладная механика,
профиль Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

УДК
624

Утверждено учебным управлением МЭИ

Подготовлено на кафедре робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин

Рецензент к.т.н. профессор Радин В.П.

ПОЗНЯК Е.В., КОЛОМЕНСКИЙ С.В., ПОЗДНЯКОВА А.Р.

Основы строительной механики машин. Учебно-методическое пособие
– М.: Издательство МЭИ, 2018. - 16 с.

Содержит задания, указания и рекомендации к курсовому проекту по дисциплине «Строительная механика машин». В пособие включен справочный материал, необходимый для анализа конструкции и проведения расчетов на прочность, жёсткость и устойчивость; приведены некоторые основные расчетные формулы и соотношения. Пособие содержит варианты расчетных схем и исходные данные для решения задач.

Методическое пособие предназначено для студентов третьего курса Института энергомашиностроения и механики (ЭНМИ), обучающихся по направлению 15.03.03 Прикладная механика по профилю «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры».

Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2018

Группа	Фамилия студента	Дата выдачи задания	Дата защиты задания
С-6-_____	_____	_____	_____

Задание № _____	Вариант по таблице 1 № _____	Вариант по таблице 2 № _____
Подпись преподавателя группы _____		

Общие требования и правила оформления расчетного задания

1. Выполненное расчетное задание оформляется в тетради форматом А4 (ГОСТ 7.32-2001. Отчет о научно-исследовательской работе. Общие требования и правила оформления) с обложкой из плотной бумаги. Страницы отчета нумеруются.

2. Текст пишется четко и аккуратно на одной стороне листа с размерами полей не менее: левое – 20 мм, правое – 30 мм. В текстовой части необходимо кратко изложить основные теоретические положения, привести исходные данные, условие и решение задач. Все обозначения должны совпадать с принятыми на лекциях или объяснены. Не допускается приведение формул и вычислений без текстового комментария.

3. Иллюстрации (таблицы, чертежи, схемы, графики) выполняются на отдельных листах миллиметровой бумаги форматом А4 чертежными инструментами с соблюдением масштабов. Иллюстрации располагаются после первой ссылки на них в тексте. Все рисунки должны иметь подрисовочную подпись.

4. Основные формулы, таблицы и графики в тексте необходимо пронумеровать. Рекомендуется применение двойной нумерации, например: формула 1.2, табл. 2.4, рис. 4.5 и т.д.

5. Решение задач и оформление расчетного задания рекомендуется проводить с использованием систем инженерных расчетов *Matlab* и *Scilab*.

6. При использовании учебников, пособий, ГОСТов и другой литературы необходима ссылка на источники. В этом случае в конце текстовой части отчета приводится библиографический список.

7. При исправлении проверенного преподавателем расчетного задания необходимо оставлять замечания, сделанные преподавателем. Мелкие исправления вносятся непосредственно на странице, где имеются замечания, а крупные – на новых листах, подшиваемых к тетради.

8. Выполненное расчетное задание без бланка задания, подписанного преподавателем, а также оформленное с нарушением ГОСТа и настоящих правил - не принимается.

ЗАДАНИЯ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ

Задача № 1

Известны компоненты тензора напряжений в некоторой точке деформируемого твердого тела.

1. Дать определение понятию напряженно-деформированного состояния. Выписать соотношения, связывающие компоненты тензоров напряжений и деформаций для объемного напряженного состояния. Дать определение удельной и полной потенциальной энергии упругой деформации. Дать определение главным значениям и главным площадкам тензоров напряжений и деформаций, перечислить виды напряженного состояния.

2. Считая материал линейно-упругим ($E = 200$ ГПа, $\mu = 0,3$), найти тензор деформаций, соответствующий заданному тензору напряжений.

3. Определить удельную потенциальную энергию упругой деформации.

4. Получить характеристическое уравнение для определения главных значений (главных напряжений) и записать систему уравнений для нахождения направлений главных осей тензора напряжений $\tilde{\sigma}$.

5. Вычислить главные значения и направляющие косинусы главных осей тензора $\tilde{\sigma}$ (σ_{jk} , МПа).

6. По заданному критерию прочности вычислить эквивалентные напряжения, проверить условие прочности, положив $[\sigma] = 160$ МПа.

7. Вычислить экстремальные касательные напряжения.

8. Дать графическую иллюстрацию с изображением исходного элемента с действующими на его гранях напряжениями, элемента с главными напряжениями и элемента с эквивалентными напряжениями.

Указание: для проверки правильности найденных корней характеристического уравнения, вычислить инварианты тензора напряжений в исходных и главных осях.

Основные формулы и соотношения

Обобщенный закон Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y - \mu\sigma_z), \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G},$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x - \mu\sigma_z), \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G},$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_x - \mu\sigma_y), \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}.$$

Удельная потенциальная энергия упругой деформации в точке:

$$\Phi = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x)) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2).$$

В главных площадках удельная потенциальная энергия равна

$$\Phi = \frac{1}{2E} \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) \right).$$

Главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) – нормальные напряжения на площадках, называемых *главными площадками*, Нормальные напряжения на главных площадках принимают экстремальные значения; они определяются как корни характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0,$$

или в развернутом виде $\sigma^3 - J_1\sigma^2 + J_2\sigma - J_3 = 0$, где $J_{1,2,3}$ - инварианты тензора напряжений – величины, не зависящие от выбора системы координат:

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z;$$

$$J_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2);$$

$$J_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2.$$

В главных осях:

$$\hat{J}_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3;$$

$$\hat{J}_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3;$$

$$\hat{J}_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3.$$

Положение главных площадок, на которых действуют главные напряжения, определяется следующим образом: найденное значение одного из главных напряжений σ_i ($i=1,2,3$) подставляется в систему уравнений

$$(\sigma_x - \sigma_i)l_i + \tau_{xy}m_i + \tau_{xz}n_i = 0;$$

$$\tau_{yx}l_i + (\sigma_y - \sigma_i)m_i + \tau_{yz}n_i = 0;$$

$$\tau_{zx}l_i + \tau_{zy}m_i + (\sigma_z - \sigma_i)n_i = 0.$$

Совместное решение любых двух уравнений этой системы с использованием условия нормировки

$$l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1$$

позволяет найти значения направляющих косинусов l_i, m_i, n_i .

Экстремальные касательные напряжения находятся по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3).$$

Площадки, на которых действуют экстремальные касательные напряжения, расположены под углом 45° к главным площадкам с напряжениями σ_1 и σ_3 .

Данные к задаче № 1

№ варианта	σ_{11}	σ_{22}	σ_{33}

№ варианта	$\sigma_{12} = \sigma_{21}$	$\sigma_{13} = \sigma_{31}$	$\sigma_{23} = \sigma_{32}$	Критерий прочности

Задача № 2

Напряженно-деформированное состояние стальной статически неопределимой рамы вызвано осадками опор, температурными и силовыми нагрузками.

1. Выбрать марку стали из [5]; выписать механические параметры материала, необходимые для проведения расчетов на прочность и выносливость.

2. Провести анализ расчетной схемы, определив степени статической и кинематической неопределимости, число узловых степеней свободы метода конечных элементов.

3. Применив метод конечных элементов, построить эпюры внутренних силовых факторов для следующих случаев:

а) при силовом воздействии;

б) при осадке опоры в точке K ;

в) при неравномерном температурном нагружении при линейном распределении температуры по высоте;

г) при суммарном действии перечисленных нагрузок.

4. Из расчета на прочность подобрать номер двутаврового сечения, положив $[n] = 1,4$.

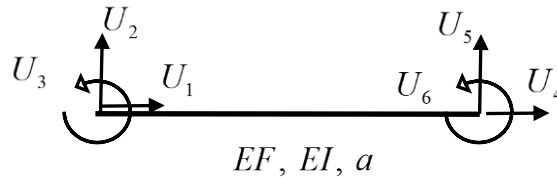
5. Провести проверочный расчет рамы на выносливость по СП 16.13330.2011 Стальные конструкции [8], предполагая, что сила P изменяется по гармоническому закону $P(t) = P \cos \theta t$. За базовое количество циклов принять 10 млн.

Основные формулы

Матрица жесткости стержневого ферменного элемента:

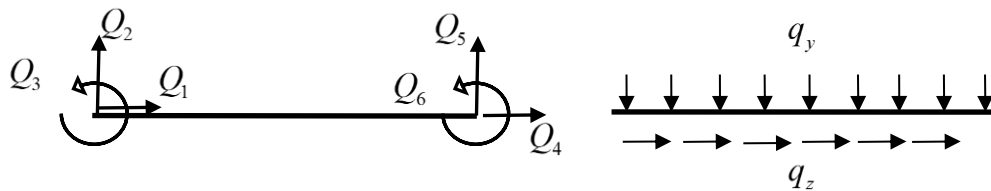
$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{U_1} \text{---} EF, a \text{---} \xrightarrow{U_2} \\
 \mathbf{K}^{(el)} = \begin{pmatrix} \frac{EF}{a} & -\frac{EF}{a} \\ -\frac{EF}{a} & \frac{EF}{a} \end{pmatrix} = \frac{EF}{a} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{array}$$

Матрица жесткости изгибаемого элемента с растяжением-сжатием:



$$\mathbf{K}^{(el)} = \begin{pmatrix} \frac{EF}{a} & 0 & 0 & -\frac{EF}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{a^3} & \frac{6EI}{a^2} & 0 & -\frac{12EI}{a^3} & \frac{6EI}{a^2} \\ 0 & \frac{6EI}{a^2} & \frac{4EI}{a} & 0 & -\frac{6EI}{a^2} & \frac{2EI}{a} \\ -\frac{EF}{a} & 0 & 0 & \frac{EF}{a} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{a^3} & -\frac{6EI}{a^2} & 0 & \frac{12EI}{a^3} & -\frac{6EI}{a^2} \\ 0 & \frac{6EI}{a^2} & \frac{2EI}{a} & 0 & -\frac{6EI}{a^2} & \frac{4EI}{a} \end{pmatrix}.$$

Приведение распределенной нагрузки к эквивалентной узловой: если $q_y = const$ - распределенная изгибающая, $q_z = const$ - распределенная продольная нагрузка, то вектор эквивалентных узловых сил равен:



$$\mathbf{Q}^{(el)} = \left(\frac{1}{2} q_z a \quad \frac{1}{2} q_y a \quad \frac{1}{12} q_y a^2 \quad \Big| \quad \frac{1}{2} q_z a \quad \frac{1}{2} q_y a \quad -\frac{1}{12} q_y a^2 \right)^T.$$

Правило для преобразования характеристик конечного элемента из локальной системы координат (СК) в общую для всех элементов глобальную: если элемент задан в локальной СК вектором координат $\mathbf{u}_{лок}^{(el)}$, матрицей

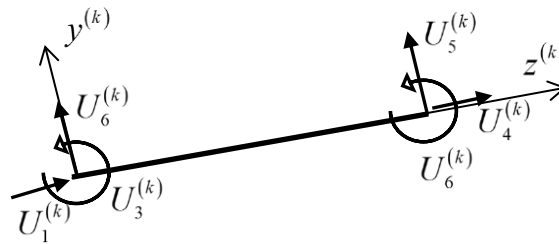
жесткости $\mathbf{K}_{лок}^{(el)}$, вектором усилий $\mathbf{r}_{лок}^{(el)}$, то в глобальной СК эти объекты будут иметь следующие координаты и значения:

$$\mathbf{u}_{глоб}^{(el)} = \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{u}_{лок}^{(el)}; \quad \mathbf{K}_{глоб}^{(el)} = \mathbf{L}^T \mathbf{K}_{лок}^{(el)} \mathbf{L}, \quad \mathbf{r}_{глоб}^{(el)} = \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{r}_{лок}^{(el)},$$

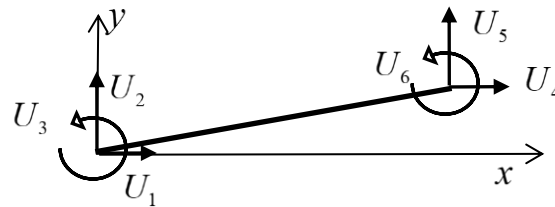
где \mathbf{L} – матрица направляющих косинусов (матрица поворота).

Обратный перевод в локальную СК:

$$\mathbf{u}_{лок}^{(el)} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u}_{глоб}^{(el)}; \quad \mathbf{K}_{лок}^{(el)} = \mathbf{L} \mathbf{K}_{глоб}^{(el)} \mathbf{L}^T, \quad \mathbf{r}_{лок}^{(el)} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{r}_{глоб}^{(el)}.$$



Локальные перемещения элемента с номером k



Глобальные перемещения элемента в КЭ-схеме

Транспонированная матрица поворота для k -того ферменного элемента:

$$\left(\mathbf{L}^{(k)} \right)^T = \begin{pmatrix} \cos(z^{(k)}, x) & 0 \\ \cos(z^{(k)}, y) & 0 \\ 0 & \cos(z^{(k)}, x) \\ 0 & \cos(z^{(k)}, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{(k)[2 \times 1]} & \mathbf{0}^{[2 \times 1]} \\ \mathbf{0}^{[2 \times 1]} & \mathbf{I}^{(k)[2 \times 1]} \end{pmatrix}.$$

Транспонированная матрица поворота для изгибаемого элемента с растяжением-сжатием:

$$\left(\mathbf{L}^{(k)} \right)^T^{[6 \times 6]} = \begin{pmatrix} \cos(z^{(k)}, x) & \cos(y^{(k)}, x) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(z^{(k)}, y) & \cos(y^{(k)}, y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(z^{(k)}, x) & \cos(y^{(k)}, x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(z^{(k)}, y) & \cos(y^{(k)}, y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{(k)[3 \times 3]} & \mathbf{0}^{[3 \times 3]} \\ \mathbf{0}^{[3 \times 3]} & \mathbf{I}^{(k)[3 \times 3]} \end{pmatrix}.$$

Данные к задаче № 2

№ вар.	a , м	b , м	c , м	P , кН	q , кН/м	Δ , мм	T_1 , °С	T_2 , °С	T_0 , °С

Список литературы

Основная литература:

1. **Ицкович, Г. М.** Сопротивление материалов. Руководство к решению задач в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для академического бакалавриата / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров; под ред. Л. С. Минина. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 318 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05124-7.2.

2. **Окопный Ю.А., Радин В.П., Хроматов В.Е., Чирков В.П.** Механика материалов и конструкций: Сборник задач. М.: Машиностроение, 2004. – 414 с.

3. **Окопный Ю.А., Радин В.П., Чирков В.П.** Механика материалов и конструкций. М.: Машиностроение, 1-е изд. 2001. – 408 с., 2-е изд. 2002. – 436 с.

Дополнительная литература:

4. **Благонадежин В.Л.** Расчет статически неопределимых систем. М.: Издательство МЭИ, 1997. – 96 с.

5. **Марочник сталей и сплавов/ Ю.Г. Драгунов, А.С. Зубченко, Ю.В. Каширский и др.**-М.: 2014. 1216 с.

6. **Мищенко Г.В., Самогин Ю.Н., Чирков В.П.** Метод конечных элементов в курсе сопротивления материалов.-М.: Физматлит, 2015.-472 с.

7. **Самогин Ю.Н., Хроматов В.Е., Чирков В.П.** Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов.-М.: Физматлит, 2012.-200 с.

9. **Воронцов А.Н., Трифонов О.В.** Вычислительные методы в механике материалов и конструкций.-М.: Издательство МЭИ, 2001.-80 с.

8. **СП 16.13330.2011. Стальные конструкции.** Актуализированная редакция СНиП II-23-81*.

Приложение 1. Таблицы исходных данных

Данные к задаче № 1

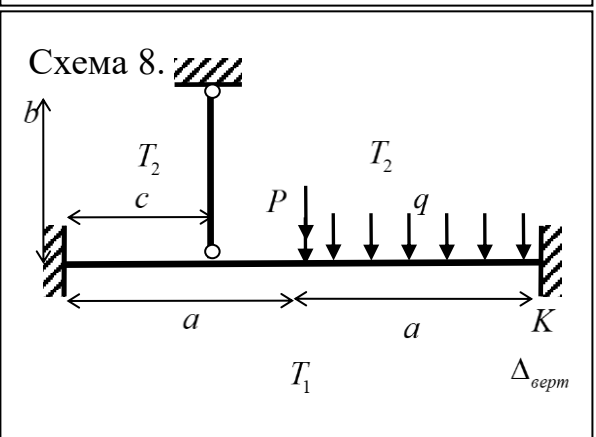
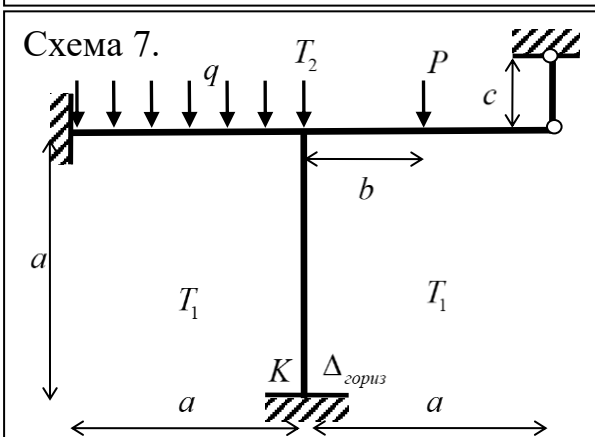
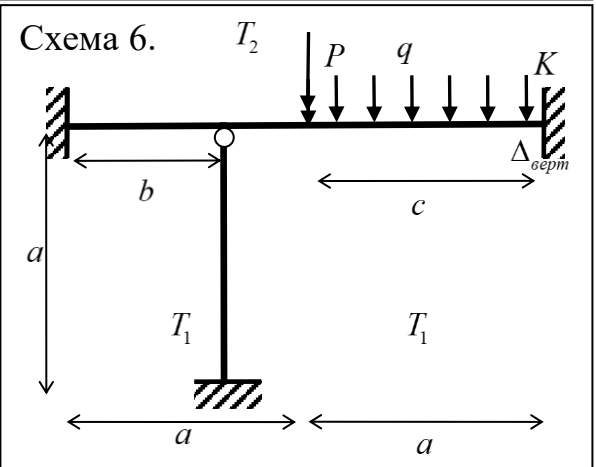
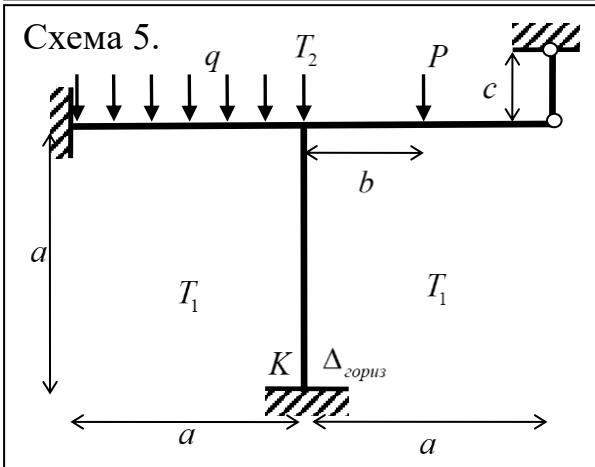
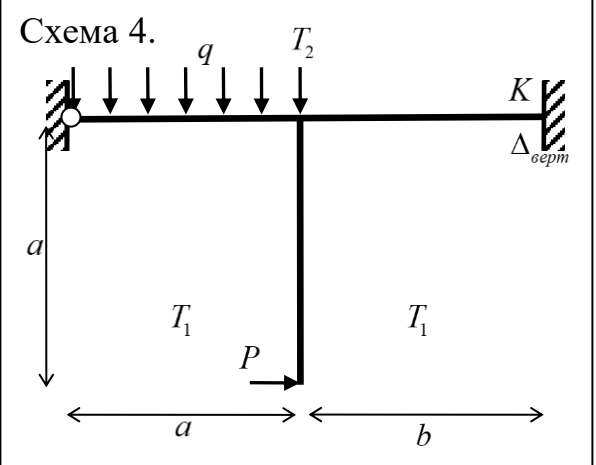
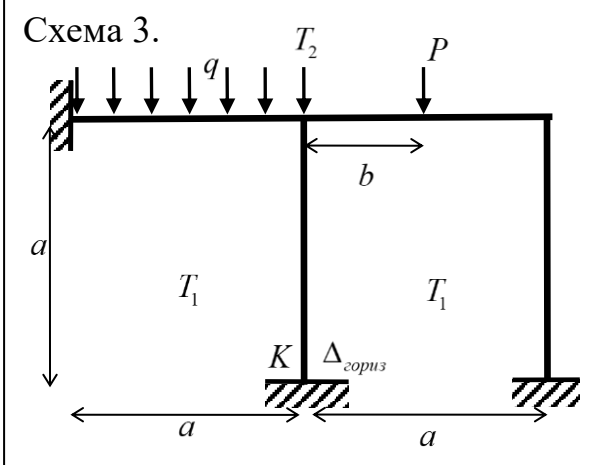
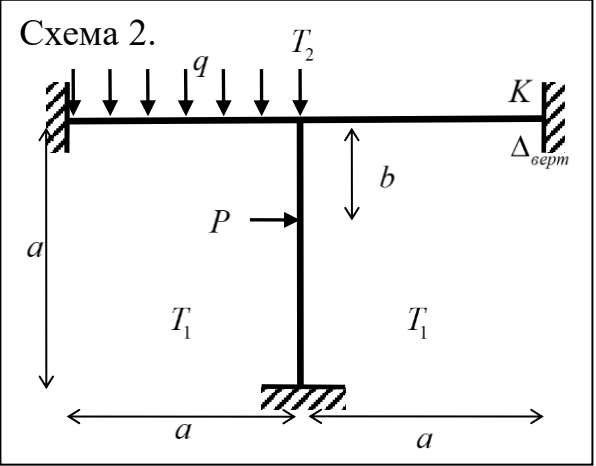
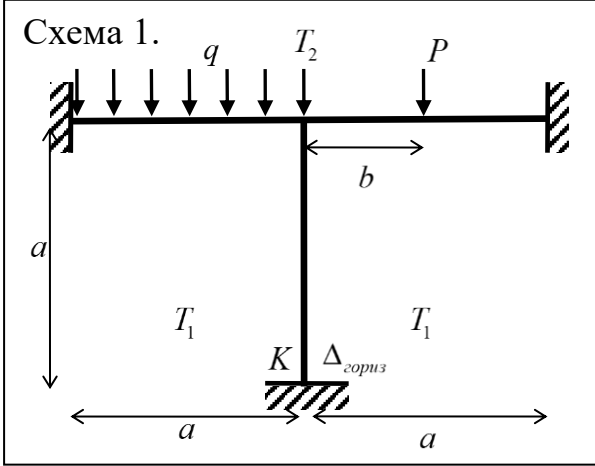
№ вар.	σ_{11} , МПа	σ_{22} , МПа	σ_{33} , МПа	$\sigma_{12} = \sigma_{21}$, МПа	$\sigma_{13} = \sigma_{31}$, МПа	$\sigma_{23} = \sigma_{32}$, МПа	Критерий прочности
1	6	40	31	13	43	29	Г-М
2	69	53	71	59	10	45	С-В
3	5	-42	67	23	-60	53	Г-М
4	8	66	54	39	48	46	С-В
5	53	63	70	59	70	88	Г-М
6	10	30	67	-26	70	52	С-В

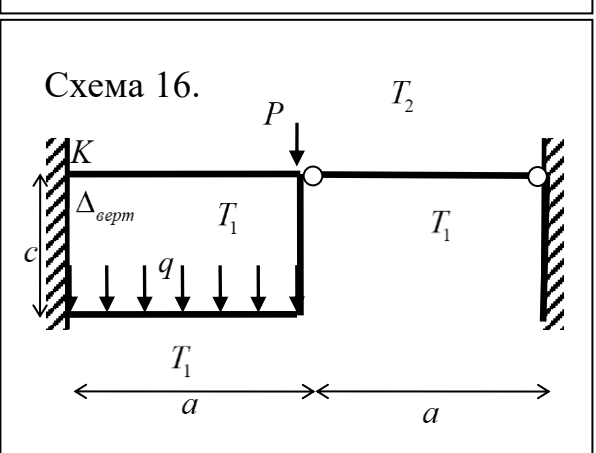
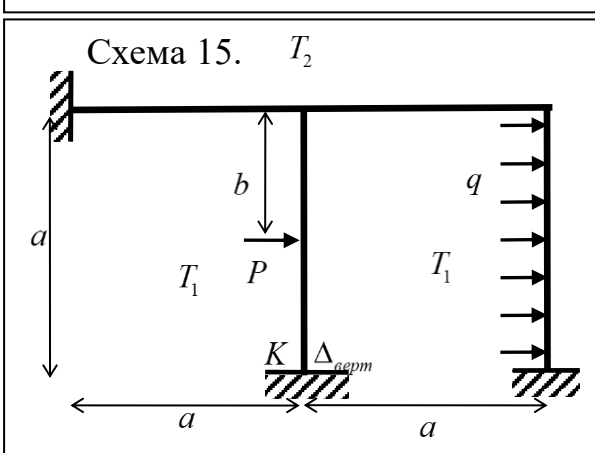
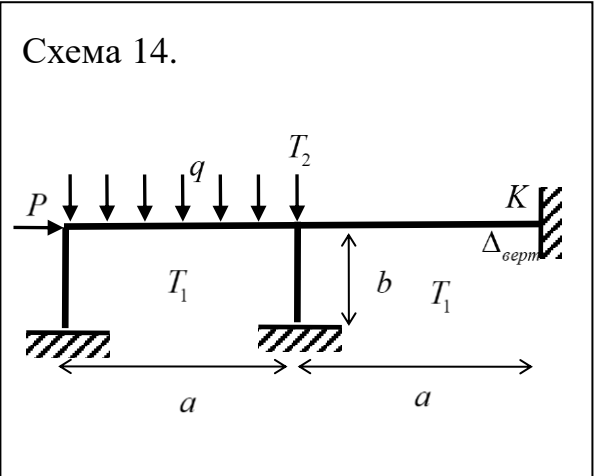
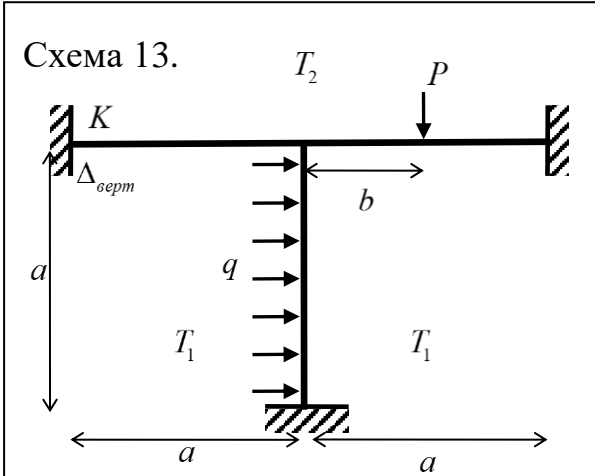
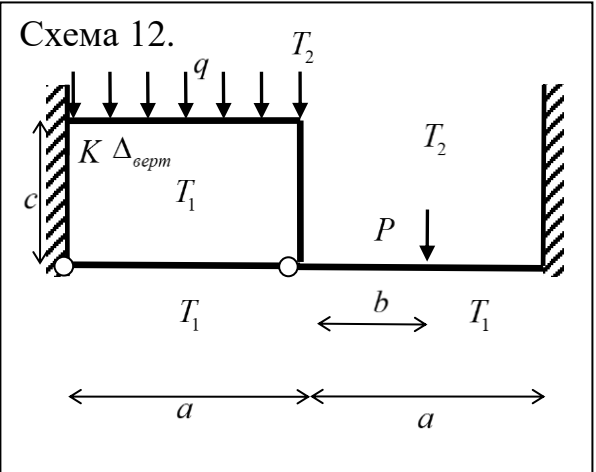
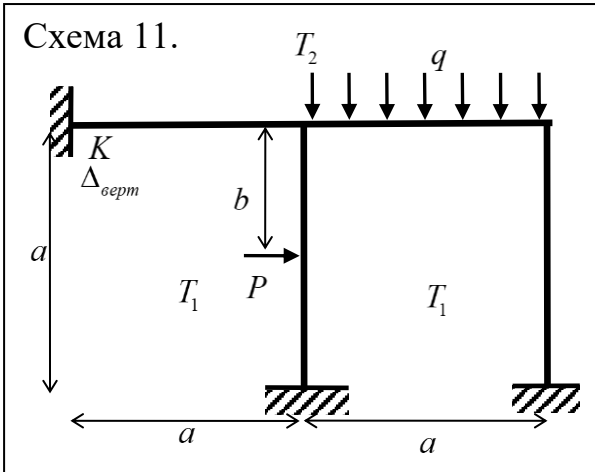
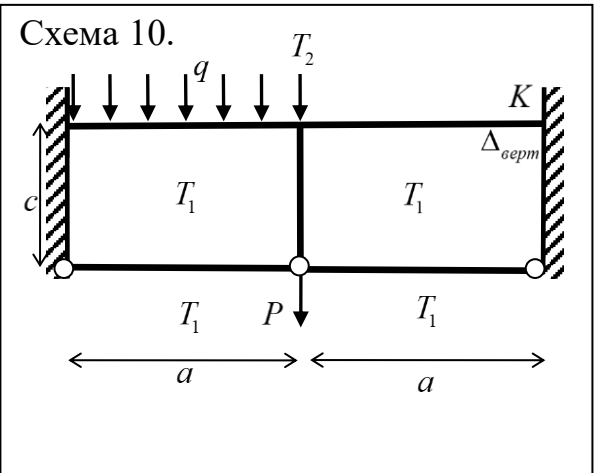
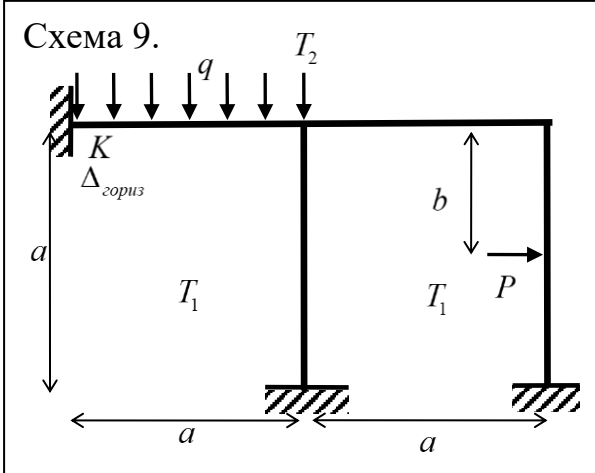
7	82	-44	18	30	64	95	C-B
8	82	2	13	62	4	64	Г-М
9	73	99	100	27	7	96	C-B
10	15	-17	18	83	32	25	C-B
11	66	11	4	99	54	68	Г-М
12	52	38	57	74	-66	-29	C-B
13	98	20	-89	35	41	68	C-B
14	-65	49	67	59	82	70	C-B
15	81	34	20	11	72	7	C-B
16	46	96	37	91	-97	26	C-B
17	-44	93	47	88	54	23	C-B
18	83	6	99	82	33	67	Г-М
19	9	74	16	27	11	85	C-B
20	14	27	86	-60	62	35	C-B
21	18	43	65	3	78	79	Г-М
22	-40	55	38	-43	43	68	Г-М
23	84	95	20	32	10	1	Г-М
24	-81	42	43	-17	-27	61	C-B
25	7	99	49	18	16	-39	C-B

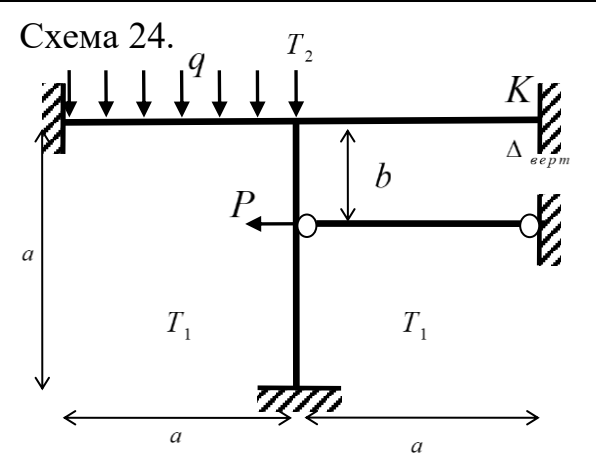
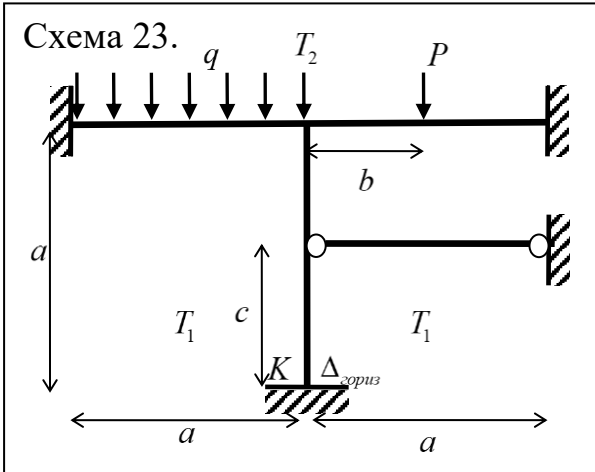
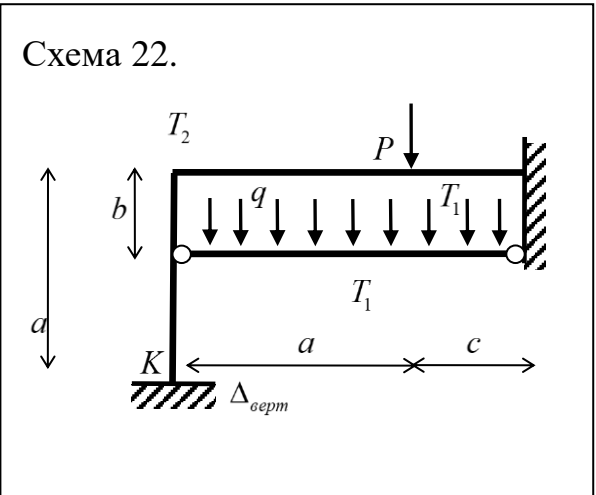
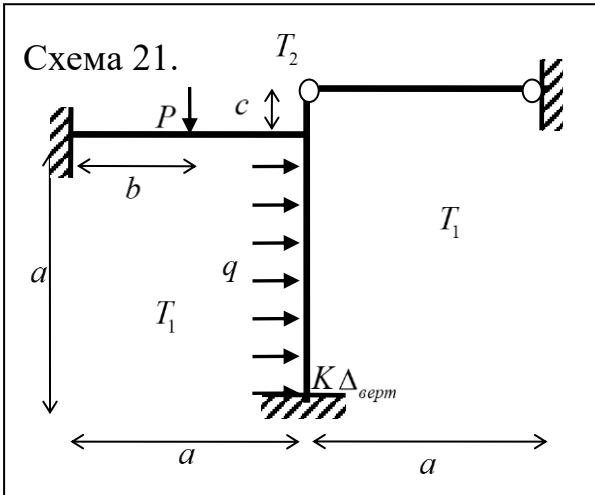
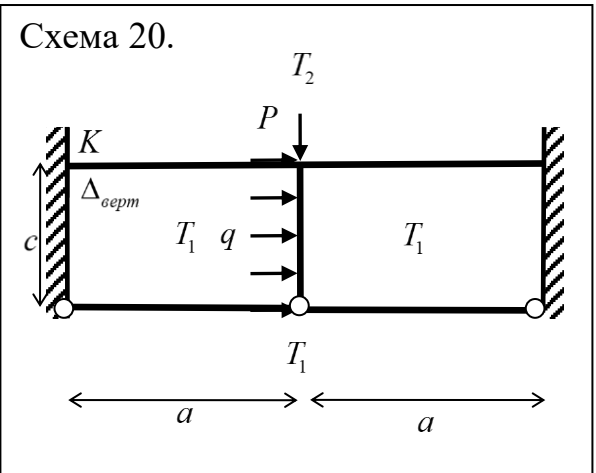
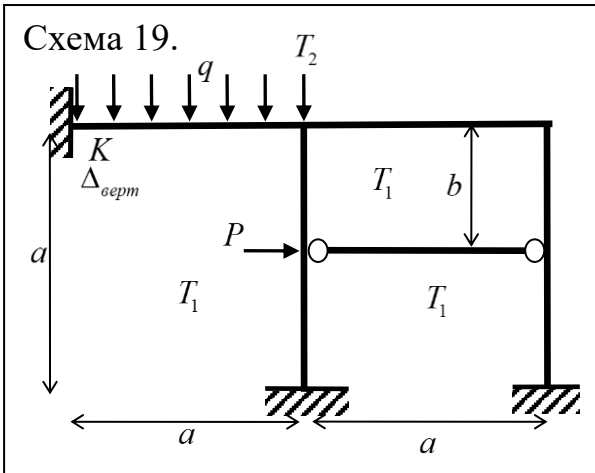
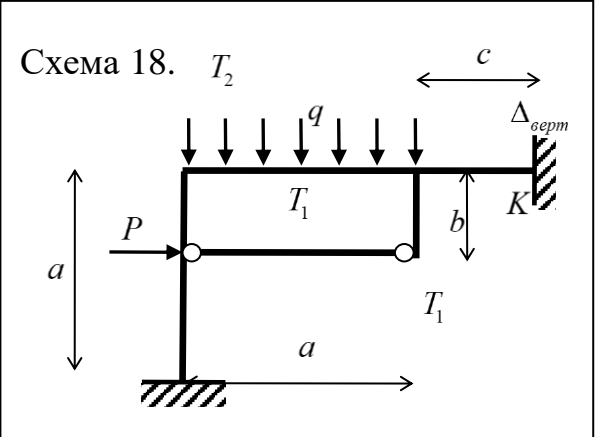
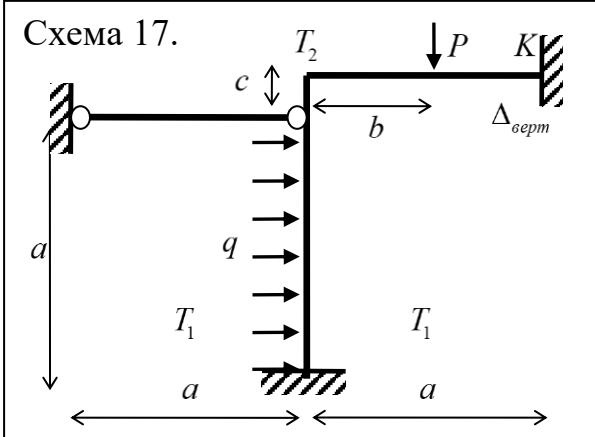
Данные к задаче № 2

вар.	a , м	b , м	c , м	P , кН	q , кН/м	Δ , мм	T_1 , °C	T_2 , °C	T_0 , °C
1	1	0.5	0.6	10	2	1	100	50	20
2	1.5	0.4	0.5	15	3	2	50	10	25
3	2	0.3	0.4	25	4	3	70	20	10
4	1	0.6	0.3	12	2	2	40	0	20
5	1.5	0.5	0.6	5	3	1	100	50	25
6	2	0.4	0.5	10	4	2	50	10	10
7	1	0.3	0.4	15	2	3	70	20	20
8	1.5	0.6	0.3	25	3	2	40	0	25
9	2	0.5	0.6	12	4	1	100	50	10
10	1	0.4	0.5	5	2	2	50	10	20
11	1.5	0.3	0.4	10	3	3	70	20	25
12	2	0.6	0.3	15	4	2	40	0	10
13	1	0.5	0.6	25	2	1	100	50	20
14	1.5	0.4	0.5	12	3	2	50	10	25
15	2	0.3	0.4	5	4	3	70	20	10
16	1	0.6	0.3	10	2	2	40	0	20
17	1.5	0.5	0.6	15	3	1	100	50	25
18	2	0.4	0.5	25	4	2	50	10	10
19	1	0.3	0.6	12	2	3	70	20	20
20	1.5	0.6	0.5	5	3	2	40	0	25
21	2	0.5	0.4	10	4	1	100	50	10
22	1	0.4	0.3	15	2	2	50	10	20
23	1.5	0.3	0.6	25	3	3	70	20	25
24	2	0.6	0.5	12	4	2	40	0	10
25	1	0.5	0.5	5	2	1	100	50	20

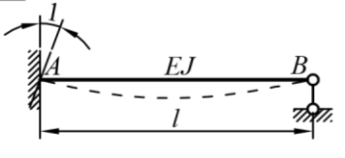
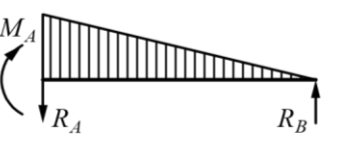
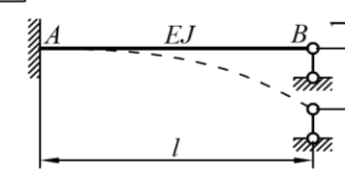
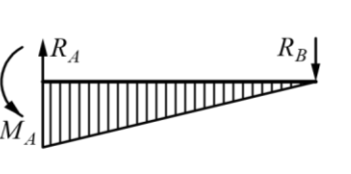
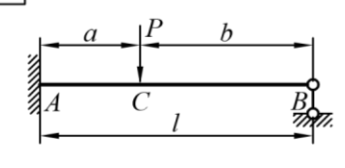
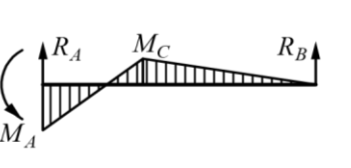
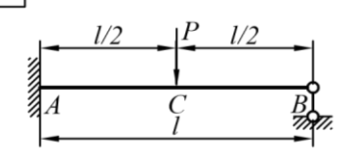
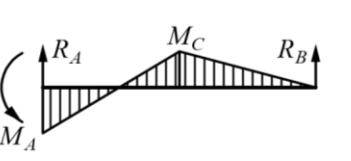
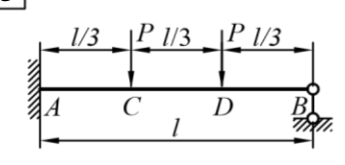
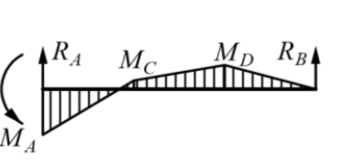
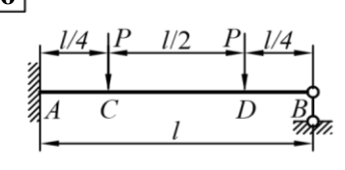

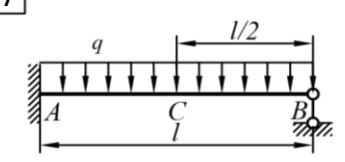
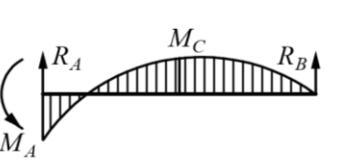

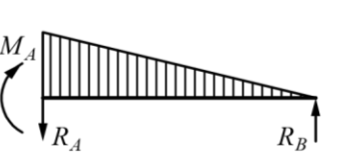
Приложение 2. Варианты расчетных схем

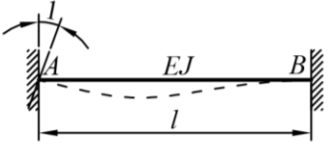

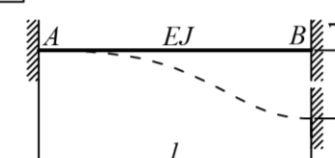
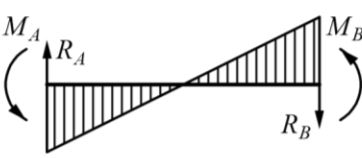
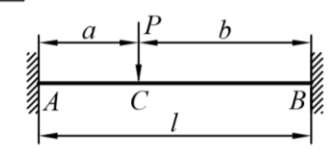

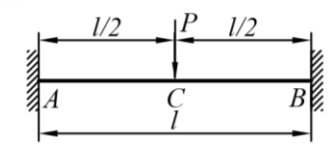
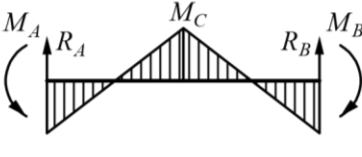
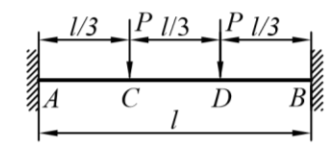
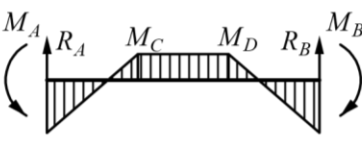
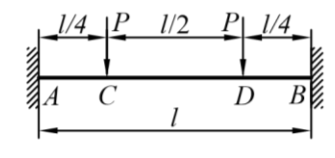
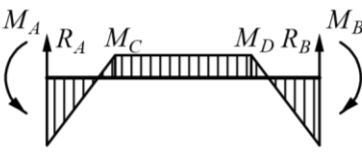
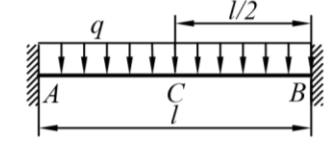

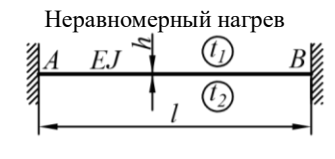







Приложение 3. Типовые схемы метода перемещений

<p>1</p> 		$R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^2} \delta;$ $M_A = \frac{3EJ}{l} \delta$
<p>2</p> 		$R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^3} \delta;$ $M_A = \frac{3EJ}{l^2} \delta$
<p>3</p> 		$R_A = \frac{Pb}{2l^3}(3l^2 - b^2); R_B = \frac{Pa^2}{2l^3}(3l - a);$ $M_A = \frac{Pb}{2l^2}(l^2 - b^2); M_C = \frac{Pa^2b}{2l^3}(3l - a)$
<p>4</p> 		$R_A = \frac{11}{16}P; R_B = \frac{5}{16}P;$ $M_A = \frac{3}{16}Pl; M_C = \frac{5}{32}Pl$
<p>5</p> 		$R_A = \frac{4}{3}P; R_B = \frac{2}{3}P;$ $M_A = \frac{1}{3}Pl; M_C = \frac{1}{9}Pl; M_D = \frac{2}{9}Pl$
<p>6</p> 		$R_A = \frac{41}{32}P; R_B = \frac{23}{32}P; M_A = \frac{9}{32}Pl;$ $M_C = \frac{5}{128}Pl; M_D = \frac{23}{128}Pl$
<p>7</p> 		$R_A = \frac{5}{8}ql; R_B = \frac{3}{8}ql;$ $M_A = \frac{1}{8}ql^2; M_C = \frac{1}{16}ql^2$
<p>8</p> <p>Неравномерный нагрев</p> 		$R_A = R_B = \frac{3EJ\alpha\Delta t}{2hl}; \Delta t = t_1 - t_2$ $M_A = \frac{3EJ\alpha\Delta t}{2h}; (t_1 > t_2)$

<p>9</p> 		$R_A = R_B = \frac{6EJ}{l^2};$ $M_A = \frac{4EJ}{l}; \quad M_B = \frac{2EJ}{l}$
<p>10</p> 		$R_A = R_B = \frac{12EJ}{l^3};$ $M_A = M_B = \frac{6EJ}{l^2}$
<p>11</p> 		$R_A = \frac{Pb^2}{l^3}(l+2a); R_B = \frac{Pa^2}{l^3}(l+2b);$ $M_A = \frac{Pab^2}{l^2}; M_B = \frac{Pa^2b}{l^2}; M_C = \frac{2Pa^2b^2}{l^3}$
<p>12</p> 		$R_A = R_B = \frac{P}{2};$ $M_A = M_B = M_C = \frac{Pl}{8}$
<p>13</p> 		$R_A = R_B = P;$ $M_A = M_B = \frac{2}{9}Pl;$ $M_C = M_D = \frac{1}{9}Pl$
<p>14</p> 		$R_A = R_B = P;$ $M_A = M_B = \frac{3}{16}Pl;$ $M_C = M_D = \frac{1}{16}Pl$
<p>15</p> 		$R_A = R_B = \frac{1}{2}ql;$ $M_A = M_B = \frac{1}{12}ql^2; M_C = \frac{1}{24}ql^2$
<p>16</p> <p>Неравномерный нагрев</p> 		$R_A = R_B = 0;$ $M_A = M_B = \frac{EJ\alpha\Delta t}{h};$ $\Delta t = t_1 - t_2 \quad (t_1 > t_2)$

Учебное издание

Позняк Елена Викторовна,
Коломенский Святослав Игоревич,
Позднякова Анастасия Руслановна

ОСНОВЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ МАШИН

Учебно-методическое пособие
по курсу «Строительная механика машин»
для студентов, обучающихся по направлению
«Прикладная механика»

Редактор издательства

Издательство МЭИ, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.14
Отпечатано в ПЦ МЭИ, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.13, стр. 4