

МЕТОДЫ РОБАСТНОГО И АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

д.т.н. Солдатов В.В., Борцов В.П.

На качество управления технологическими процессами (ТП) обычно влияют неконтролируемые случайные факторы, поэтому исследователи автоматических систем все больше внимания уделяют методам робастного управления, обеспечивающим высокую эффективность управления ТП в условиях информационной неопределенности.

Совместное использование методов робастного и адаптивного управления позволяет успешно парировать нежелательное влияние на систему как аддитивных, так и мультипликативных возмущений.

Однако применение самых совершенных методов может оказаться безуспешным, если критерии управления не вполне точно выражают его цель, либо предполагают наличие такого объема информации об управляемых процессах, получить который на практике оказывается чрезвычайно трудно. Поэтому определим вначале критерии, оптимизация которых обеспечивает достижение цели управления в условиях статистической неопределенности, т.е. при весьма ограниченном объеме информации о статистических характеристиках возмущающих воздействий.

Выбор и обоснование критериев управления. Основное назначение критерия качества управления – численно оценить качество управления и успешность решения задачи управления. Выбор критерия управления обычно осуществляется в зависимости от характера решаемой задачи, статистических сведений о входных сигналах, а также на основании опыта и интуиции разработчиков автоматических систем.

К критериям управления предъявляются два общих требования: во-первых, он должен соответствовать поставленной задаче управления, т.е. служить действительной мерой успешности ее выполнения; во-вторых, он должен быть достаточно прост, чтобы можно было математически решить поставленную задачу.

Поскольку при завершении управляемых технологических процессов создается продукция, предназначенная для продажи, то цель управления должна иметь экономическое содержание, которое можно определить как минимизацию экономических потерь, связанных с отклонением управляемых технологических параметров от их заданных значений. Эти отклонения характеризуются величиной ошибки управления $\varepsilon(t)$. Следовательно, экономические потери при управлении технологическими процессами зависят от величины $\varepsilon(t)$.

Введем функцию $f(\varepsilon)$, значения которой соответствуют экономическим потерям в единицу времени при выпуске продукции, т.е., по существу, она определяет интенсивность экономических потерь. Тогда значения $f(0)$

определяют интенсивность экономических потерь при идеальном управлении технологическим процессом, когда $\varepsilon = 0$. Эти потери не связаны с управлением, а зависят, например, от качества сырья, своевременности его поставок, правильности выбора технологом заданного значения $y_{зд}$ и множества других факторов. Поэтому среднюю интенсивность экономических потерь $\mathcal{E}$, зависящих лишь от точности управления технологическим процессом, можно выразить с помощью следующего критерия:

$$\mathcal{E} = M[f(\varepsilon) - f(0)], \quad (1)$$

где $M[\dots]$ - оператор математического ожидания.

Воспользовавшись критерием $\mathcal{E}$ цель управления можно определить как выполнение требования

$$\mathcal{E} = \min. \quad (2)$$

Однако непосредственно использовать критерий $\mathcal{E}$ при управлении технологическими процессами оказывается весьма затруднительным, т.к. в большинстве случаев не удастся определить зависимость $f(\varepsilon)$. Поэтому необходимо искать другие критерии, при оптимизации которых обеспечивается выполнение требования (2).

Чтобы определить критерии, обладающие указанным свойством, сделаем достаточно обоснованные допущения о виде функции $f(\varepsilon)$. Примем во внимание, что ввиду ограниченности экономических потерь при управлении любым технологическим процессом она может изменяться лишь в конечных пределах. В таком случае, даже при наличии у функции $f(\varepsilon)$ конечных скачков (разрывов первого рода), ее сколь угодно точно можно приблизить некоторой непрерывной функцией. Учтем также, что всегда существуют ограничения на пределы изменения величины ε , т.к. входной $y_{зд}(t)$ (сигнал задания) и выходной $y(t)$ сигналы системы управления принимают конечные значения.

Поскольку функцию $f(\varepsilon)$ можно считать непрерывной и заданной на конечном отрезке, то ее можно с любой заданной точностью аппроксимировать полиномом степени $\mathcal{G}$. В таком случае она принимает вид

$$f(\varepsilon) = f(0) + \sum_{k=1}^{\mathcal{G}} \gamma_k \varepsilon^k, \quad (3)$$

где γ_k , $k = \overline{1, \mathcal{G}}$ – вещественные коэффициенты.

Воспользовавшись выражениями (1) и (3) критерий $\mathcal{E}$ представим в виде

$$\mathcal{E} = \sum_{k=1}^{\mathcal{G}} \gamma_k M[\varepsilon^k]. \quad (4)$$

Поскольку

$$\mathcal{E} \leq |\mathcal{E}|,$$

то с учетом (4) получим неравенство

$$\mathfrak{D} \leq \sum_{k=1}^g |\gamma_k| |M[\varepsilon^k]|. \quad (5)$$

Следовательно, выполнению требования (2) способствует выполнение условий

$$|M[\varepsilon^k]| = \min, \quad k = \overline{1, g}. \quad (6)$$

Таким образом, вместо одного универсального, но неконтролируемого критерия $\mathfrak{D}$, мы получили множество критериев

$$|M[\varepsilon^k]|, \quad k = \overline{1, g}, \quad (7)$$

значения которых можно определить, если имеется достоверная информация о функции распределения случайного процесса $\varepsilon(t)$. Чтобы получить такую информацию необходимо определить статистические характеристики всех возмущающих воздействий и располагать достаточно точной математической моделью управляемого объекта.

Выполнить условия (4.2.6) на практике оказывается весьма затруднительным, хотя бы по причине требуемого для этого объема информации о статистических характеристиках ошибки управления $\varepsilon(t)$. Поэтому необходимо определить критерии, которые было бы проще контролировать в процессе управления, чем статистические моменты величины $\varepsilon(t)$.

Покажем, что выполняются следующие неравенства:

$$|M[\varepsilon^k]| \leq \frac{C_k}{\alpha_0^k}, \quad k = \overline{1, g}, \quad (8)$$

где C_k - некоторые константы, а α_0 - свободный член характеристического уравнения замкнутой системы.

Для односвязных стационарных систем ошибка управления $\varepsilon(t)$ определяется выражением

$$\varepsilon(t) = w(t - t_0)\varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t w(t - \tau)\lambda(\tau)d\tau, \quad (9)$$

где $w(t - \tau)$ - импульсная переходная характеристика стационарной односвязной замкнутой системы, отвечающая каналу передачи $\lambda(t) \rightarrow \varepsilon(t)$; $\lambda(\tau)$ - возмущающее воздействие; t_0 - момент времени, условно принимаемый за начальный.

Поскольку автоматические системы управления функционируют в течение весьма длительного времени, то в случае устойчивых систем начальные условия вскоре «забываются», т.е. не оказывают заметного влияния на качество их работы. В таком случае можно положить $t_0 \rightarrow -\infty$. Тогда принимая во внимание, что для устойчивых систем

$$\lim_{t_0 \rightarrow -\infty} w(t - t_0) = 0,$$

$$t_0 \rightarrow -\infty$$

выражение (9) представим в виде

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t w(t - \tau) \lambda(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Воспользовавшись также известным свойством импульсной переходной характеристики

$$w(t - \tau) = 0, \quad \tau > t,$$

выражение (10) представим в виде

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t - \tau) \lambda(\tau) d\tau. \quad (11)$$

Рассмотрим случай неадаптивных систем. Согласно выражению (11) имеем

$$M[\varepsilon^k(t)] = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty}}_k \prod_{h=1}^k w(t - \tau_h) M \left[\prod_{h=1}^k \lambda(\tau_h) \right] d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_k. \quad (12)$$

Примем во внимание, что значения статистических характеристик реальных возмущающих воздействий всегда ограничены сверху, т.е. существуют постоянные величины σ_k , $k = \overline{1, \mathcal{G}}$, для которых выполняются ограничения

$$\left| M \left[\prod_{h=1}^k \lambda(\tau_h) \right] \right| \leq \sigma_k, \quad |\tau_h| < \infty, \quad (h = \overline{1, k}; k = \overline{1, \mathcal{G}}). \quad (13)$$

С учетом выражений (12) и ограничений (13) получим

$$|M[\varepsilon^k(t)]| \leq \sigma_k \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |w(t - \tau)| d\tau \right)^k, \quad k = \overline{1, \mathcal{G}}. \quad (14)$$

Для устойчивых систем управления выполняется неравенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |w(t - \tau)| d\tau \leq R, \quad (15)$$

где R – постоянная величина. Поскольку

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} w(t - \tau) d\tau \right| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |w(t - \tau)| d\tau,$$

то согласно (15) существует положительная постоянная величина $b \geq 1$, такая, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |w(t - \tau)| d\tau = b \left| \int_{-\infty}^{+\infty} w(t - \tau) d\tau \right|, \quad (16)$$

если

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(t-\tau) d\tau \neq 0. \quad (17)$$

Для импульсной переходной характеристики имеет место равенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(t-\tau) d\tau = W(i0), \quad (18)$$

где $W(i\omega)$ - КЧХ замкнутой системы, соответствующая каналу передачи $\lambda(t) \rightarrow \varepsilon(t)$; ω - частота. Ввиду того, что для неастиических систем $W(i0) \neq 0$,

с учетом равенства (18) приходим к выводу о выполнении требования (17).

В таком случае согласно (14), (16) и (18) имеем

$$|M[\varepsilon^k(t)]| \leq \sigma_k b^k |W(i0)|^k, \quad k = \overline{1, g}. \quad (19)$$

Поскольку для линейных стационарных систем имеют место равенства

$$W(i0) = \frac{W_0}{\alpha_0} \neq 0,$$

где W_0 - вещественная постоянная, то неравенства (19) принимают вид

$$|M[\varepsilon^k(t)]| \leq \frac{\sigma_k (|W_0| b)^k}{\alpha_0^k}, \quad k = \overline{1, g}. \quad (20)$$

Полагая в (20), что

$$C_k = \sigma_k (|W_0| b)^k, \quad k = \overline{1, g},$$

установим справедливость мажорирующих оценок (8).

Поскольку для астатических систем также можно доказать существование оценок, аналогичных (8), то выполнение условия

$$\alpha_0 = \max, \quad (21)$$

способствует одновременному выполнению требований (6) для критериев (7).

Для обеспечения необходимого запаса устойчивости наряду с условием (21) целесообразно использовать следующие ограничения на расположение корней характеристического уравнения замкнутой системы:

$$\eta = \min_{k=\overline{1, n}} |\operatorname{Re} s_k| \geq \eta_{\Pi} > 0; \quad (22)$$

$$m = \min_{k=\overline{1, n}} |\operatorname{Re} s_k / \operatorname{Im} s_k| \geq m_{\Pi}, \quad (23)$$

где η и m - показатели абсолютного и относительного демпфирования свободного движения замкнутой системы, а η_{Π} и m_{Π} - их предельно допустимые значения; n - порядок характеристического уравнения замкнутой систе-

мы, а s_k ($k = \overline{1, n}$) – его корни.

Выполнение условия (21) при ограничениях (22) и (23) обеспечивается при следующем расположении корней характеристического уравнения [1]:

$$s_k = -\eta [1 + i\chi_k(m_{\Pi})]; \quad k = \overline{1, n}, \quad (24)$$

где

$$\chi_k(m_{\Pi}) = \begin{cases} (-1)^k / m_{\Pi}, & k \leq 2N; \\ 0, & k > 2N, \end{cases}$$

а N – целая часть отношения $n / 2$.

Таким образом, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что в условиях информационной неопределенности достижение цели управления (2) обеспечивается при выполнении требований (24).

Синтез робастных систем управления. Требования (24) удобно использовать для расчета параметров настройки, т.к. при их выполнении автоматически выполняются условия (21) и ограничения (22), (23).

Пусть n_p – число параметров настройки регулятора, тогда требования (24) можно выполнить для $n_p + 1$ корня характеристического уравнения. В таком случае для ПИ-регулятора ($n_p = 2$) ближайшие к мнимой оси (доминирующие) корни определяются выражениями

$$s_{1,2} = -\eta \pm i \frac{\eta}{m_{\Pi}}; \quad s_3 = -\eta.$$

При использовании ПИД-регулятора ($n_p = 3$) расположение доминирующих корней задается равенствами

$$s_{1,2} = -\eta + i \frac{\eta}{m_{\Pi}}; \quad s_{3,4} = -\eta - i \frac{\eta}{m_{\Pi}}.$$

При данных обстоятельствах параметры настройки ПИ-регулятора и значение величины η устанавливаются в результате решения системы уравнений

$$1 + W_{об}(-\eta + i \frac{\eta}{m_{\Pi}})W_{рег}(-\eta + i \frac{\eta}{m_{\Pi}}) = 0; \quad (25)$$

$$1 + W_{об}(-\eta)W_{рег}(-\eta) = 0, \quad (26)$$

где $W_{об}(s)$ и $W_{рег}(s)$ – передаточные функции объекта и регулятора соответственно.

Для систем с ПИД-регулятором уравнения для расчета параметров настройки принимают вид

$$1 + W_{об}(-\eta + i \frac{\eta}{m_{\Pi}}) W_{pez}(-\eta + i \frac{\eta}{m_{\Pi}}) = 0; \quad (27)$$

$$\left. \frac{d}{ds} [W_{об}(s) W_{pez}(s)] \right|_{s = -\eta + i(\eta/m_{\Pi})} = 0. \quad (28)$$

Следовательно, выбирая параметры настройки регулятора согласно (25), (26) или (27), (28) можно обеспечить робастность системы управления.

Кроме того, сравнивая значения α_0 при использовании ПИ- и ПИД-регуляторов, можно выбрать закон управления, при котором этот показатель оказывается наибольшим.

Синтез адаптивных систем. Для эффективного парирования мультипликативных возмущений целесообразно использовать адаптивные системы.

Свойство адаптивности системе можно придать, осуществляя ее периодическую перенастройку. На основании уравнений (25), (26) или (27), (28) можно сделать вывод, что для такой перенастройки необходимо время от времени повторять процедуру идентификации управляемого объекта. Рассмотрим помехозащищенный метод активной идентификации объекта в замкнутом контуре управления.

Для односвязных замкнутых систем управления выполняется равенство

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(p)[y_{зд}(t) + \lambda(t) + \beta(t)] = \varepsilon(t), \quad (29)$$

где $W_{y_{зд}\varepsilon}(p)$ - оператор замкнутой системы, отвечающий каналу от входа $y_{зд}(t)$ до ошибки $\varepsilon(t)$; $\lambda(t)$ - эквивалентное возмущающее воздействие, приведенное ко входу системы; $\beta(t)$ - пробный сигнал, используемый для активной идентификации объекта в замкнутом контуре управления и поступающий на вход системы; $p = d(\dots)/dt$ - оператор дифференцирования по времени.

Перепишем теперь равенство (29) следующим образом:

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(p)[y_{зд}(t + \tau) + \lambda(t + \tau) + \beta(t + \tau)] = \varepsilon(t + \tau), \quad (30)$$

где τ - постоянная времени.

Умножим обе части равенства (30) на величину $\beta(\tau)$, а затем применим к нему оператор математического ожидания $M[\dots]$. В результате получим

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(p)\{M[y_{зд}(t + \tau)\beta(\tau)] + M[\lambda(t + \tau)\beta(\tau)] + M[\beta(t + \tau)\beta(\tau)]\} = M[\varepsilon(t + \tau)\beta(\tau)]. \quad (31)$$

Выберем пробный сигнал $\beta(t)$ так, чтобы он удовлетворял условию

$$M[\beta(\tau)] = 0. \quad (32)$$

Поскольку сигналы $y_{зд}(t)$ и $\lambda(t)$ статистически не связаны с сигналом $\beta(t)$, то с учетом (32) имеем

$$M[y_{зд}(t+\tau)\beta(\tau)] = M[y_{зд}(t+\tau)]M[\beta(\tau)] = 0; \quad (33)$$

$$M[\lambda(t+\tau)\beta(\tau)] = M[\lambda(t+\tau)]M[\beta(\tau)] = 0. \quad (34)$$

Принимая во внимание равенства (33) и (34) выражение (31) представим в виде

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(p)\{M[\beta(t+\tau)\beta(\tau)]\} = M[\varepsilon(t+\tau)\beta(\tau)]. \quad (35)$$

Исходя из (35) и используя обозначения

$$K_{\beta\beta}(t) = M[\beta(t+\tau)\beta(\tau)]; \quad K_{\varepsilon\beta}(t) = M[\varepsilon(t+\tau)\beta(\tau)],$$

получим

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(p)K_{\beta\beta}(t) = K_{\varepsilon\beta}(t), \quad (36)$$

где $K_{\beta\beta}(t)$ - автокорреляционная функция пробного сигнала $\beta(t)$, а $K_{\varepsilon\beta}(t)$ - функция взаимной корреляции величин $\varepsilon(t)$ и $\beta(t)$.

Применяя к равенству (36) одностороннее преобразование Лапласа по времени, для передаточной функции замкнутой системы $W_{y_{зд}\varepsilon}(s)$ получим выражение

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(s) = \frac{\tilde{K}_{\varepsilon\beta}(s)}{\tilde{K}_{\beta\beta}(s)}, \quad (37)$$

где

$$\tilde{K}_{\varepsilon\beta}(s) = \int_0^{\infty} e^{-ts} K_{\varepsilon\beta}(t) dt; \quad \tilde{K}_{\beta\beta}(s) = \int_0^{\infty} e^{-ts} K_{\beta\beta}(t) dt. \quad (38)$$

Поскольку в односвязной системе

$$W_{y_{зд}\varepsilon}(s) = \frac{1}{1+W_{об}(s)W_{рег}(s)},$$

то передаточная функция управляемого объекта $W_{об}(s)$ определяется выражением

$$W_{об}(s) = \frac{1}{W_{рег}(s)} \left[\frac{1}{W_{y_{зд}\varepsilon}(s)} - 1 \right]. \quad (39)$$

Следовательно, определив значение передаточной функции замкнутой системы согласно выражению (37), можно, исходя из (39), при наличии возмущений $\lambda(t)$ и не размыкая обратной связи, установить значение передаточной функции объекта, поскольку передаточная функция используемого регулятора $W_{рег}(s)$ заранее известна.

Отметим, что выражения (38) неудобно использовать при решении уравнений (25), (26) или (27), (28), т.к. в (38) предполагается, что $\operatorname{Re} s > 0$, а при решении указанных уравнений должно выполняться противоположное

неравенство $\text{Re } s = -\eta < 0$. Поэтому для эргодических случайных процессов $\varepsilon(t)$ и $\beta(t)$ выражение (37) можно представить в более удобном виде

$$W_{y_{\text{зд}}\varepsilon}(s) = \frac{\int_0^\infty \beta(\tau) \int_0^\tau e^{(\tau-\xi)s} \varepsilon(\xi) d\xi d\tau}{\int_0^\infty \beta(\tau) \int_0^\tau e^{(\tau-\xi)s} \beta(\xi) d\xi d\tau}. \quad (40)$$

Как видно из выражения (40) на результатах идентификации совершенно не сказываются, действующие на систему возмущения $\lambda(t)$.

Обобщим полученные результаты на системы с многомерными линейными стационарными объектами, имеющими r – входов и q – выходов (r и q – целые положительные числа, причем $r \cdot q > 1$).

Пусть на вход многосвязной системы управления подаются r -мерные векторные сигналы задающих $y_{\text{зд}}(t)$ и пробных $\beta(t)$ воздействий, а на ее выходе регистрируется r -мерный векторный сигнал $y(t)$.

Действуя также, как и в рассмотренном случае одномерных объектов, для матричной передаточной функции замкнутой системы $W_{y_{\text{зд}}\varepsilon}(s)$, отвечающей векторному каналу передачи сигналов от $y_{\text{зд}}(t)$ до ошибки управления $\varepsilon(t)$ и имеющей размерность $(r \times r)$, получим выражение

$$W_{y_{\text{зд}}\varepsilon}(s) = \tilde{K}_{\varepsilon\beta}(s) \tilde{K}_{\beta\beta}^{-1}(s), \quad (41)$$

где $K_{\beta\beta}^{-1}(t)$ – матрица, обратная матрице $K_{\beta\beta}(t)$ автокорреляционных функций пробного сигнала $\beta(t)$, а $K_{\varepsilon\beta}(t)$ – матрица функций взаимной корреляции координат r -векторов $\varepsilon(t)$ и $\beta(t)$.

Матрицы $\tilde{K}_{\varepsilon\beta}(s)$ и $\tilde{K}_{\beta\beta}(s)$ задаются следующими выражениями:

$$\tilde{K}_{\varepsilon\beta}(s) = \int_0^\infty \int_0^\tau e^{(\tau-\xi)s} \varepsilon(\xi) \beta'(\tau) d\xi d\tau; \quad (42)$$

$$\tilde{K}_{\beta\beta}(s) = \int_0^\infty \int_0^\tau e^{(\tau-\xi)s} \beta(\xi) \beta'(\tau) d\xi d\tau, \quad (43)$$

причем вектор $\beta'(\tau)$ является транспонированным по отношению к вектору $\beta(t)$.

После того, как на основании выражений (41) – (43) определены значения элементов матричной передаточной функции $W_{y_{\text{зд}}\varepsilon}(s)$, значения эле-

ментов матричной передаточной функции объекта по каналам управления $\mathbf{W}_{об}(s)$ размерности $(r \times q)$ устанавливаются согласно равенству

$$\mathbf{W}_{об}(s) = \mathbf{W}_{y_{зд}\varepsilon}^{-1}(s) [\mathbf{E} - \mathbf{W}_{y_{зд}\varepsilon}(s)] \mathbf{W}'_{pez}(s) [\mathbf{W}_{pez}(s) \mathbf{W}'_{pez}(s)]^{-1}, \quad (44)$$

где $\mathbf{W}_{pez}(s)$ – матричная передаточная функция регулятора размерности $(q \times r)$, а матрица $\mathbf{W}'_{pez}(s)$ размерности $(r \times q)$ является транспонированной по отношению к матрице $\mathbf{W}_{pez}(s)$; $\mathbf{E}$ – единичная матрица размерности $(r \times r)$.

Предположим, что каждый элемент $\mathbf{W}_{kh}^{pez}(s)$ ($k = \overline{1, q}$; $h = \overline{1, r}$) матрицы $\mathbf{W}_{pez}(s)$ включает n_{kh} параметров настройки. Тогда общее число параметров настройки n_p матричного регулятора устанавливается равенством

$$n_p = \sum_{h=1}^q \sum_{k=1}^r n_{kh},$$

а число корней характеристического уравнения, для которых можно выполнить требования (24), равно $n = n_p + 1$. Пусть N – целая часть от $n/2$, в таком случае для нечетных n значения параметров настройки матричного регулятора устанавливаются в результате решения системы уравнений

$$\left. \frac{d^\mu \Delta(s)}{ds^\mu} \right|_{s = -\eta + i\eta/m_{\Pi}} = 0, \quad \mu = \overline{0, N-1}; \quad \Delta(-\eta + i\frac{\eta}{m_{\Pi}}) = 0,$$

где

$$\Delta(s) = \det [\mathbf{E} + \mathbf{W}_{об}(s) \mathbf{W}_{pez}(s)] = 0.$$

Для четных значений n система уравнений для определения параметров настройки принимает вид

$$\left. \frac{d^\mu \Delta(s)}{ds^\mu} \right|_{s = -\eta + i\eta/m_{\Pi}} = 0, \quad \mu = \overline{0, N-1}.$$

Таким образом, рассмотренным методам робастного и адаптивного управления присуща большая универсальность, способствующая их применению при синтезе систем управления самыми разнообразными производственными объектами.

Список литературы

1. Шавров А.В., Солдатов В.В. Многокритериальное управление в условиях статистической неопределенности. - М.: Машиностроение, 1990. – 160 с.