

УДК
519
В 67

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

**МОСКОВСКИЙ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ**
(технический университет)

В.В. Волгин, Т.Е. Щедеркина

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ВЕРОЯТНОСТНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Методическое пособие



МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.В. ВОЛГИН, Т.Е. ЩЕДЕРКИНА

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Методическое пособие по курсу
«Теория эксперимента»

для студентов, обучающихся по направлению
«Теплоэнергетика»

Москва Издательство МЭИ 2004

УДК

519

В 67

УДК: 519.216(075)

Утверждено учебным управлением МЭИ

Рецензент:

д-р техн. наук, проф. Г.П. Плетнев

*Подготовлено на кафедре автоматизированных систем управления
тепловыми процессами*

Волгин В.В., Щедеркина Т.Е.

Определение вероятностных характеристик случайных процессов: Методическое пособие - М.: Издательство МЭИ, 2004.- 27 с.

В пособии рассматриваются основы обработки реализаций случайного процесса (СП) заданной длительности, получаемых в результате моделирования на аналоговой вычислительной машине или на ПЭВМ в среде MathCAD. Излагается методика оценивания вероятностных характеристик СП по некоррелированной и максимально-коррелированной выборке: математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции (КФ) с оценкой точности и достоверности полученных результатов. Приводятся многочисленные варианты моделей КФ, необходимых для выдвижения статистической гипотезы о виде гипотетической корреляционной функции.

Пособие предназначено для студентов специальности 210200 (инженер-теплоэнергетик по автоматизации) при изучении курса «Теория эксперимента», а также курса «Вероятностные процессы» учебного плана подготовки магистров.

ВВЕДЕНИЕ

Любая прикладная отрасль науки, развиваясь и соответственно усложняясь, рано или поздно приходит к необходимости учитывать случайные явления и пользоваться теорией вероятностей. Особенно велика роль теории вероятностей и математической статистики при решении задач управления, в том числе при разработке математического обеспечения проектирования АСУ технологическими процессами и техническими объектами.

Необходимость в определении оценок вероятностных характеристик (ВХ) случайных процессов (сигналов): возмущающих, управляющих и регулирующих воздействий, контролируемых и регулируемых величин, измерительных помех возникает почти на всех стадиях создания и для большинства функций АСУ ТП. Вероятностные характеристики случайных процессов (СП) используются при исследовании технологического оборудования с целью его совершенствования и выбора технологических режимов. Они необходимы для решения многих задач идентификации промышленных объектов управления; на их основе реализуются разнообразные информационные функции АСУ ТП (непрерывные и дискретные измерения, обнаружение отклонений технологических параметров, регистрация аварийных ситуаций, вычисление технико-экономических показателей, диагностика протекания технологического процесса и т. д.). Вероятностные характеристики СП играют значительную роль при реализации основных управляющих функций АСУ ТП: автоматического регулирования, адаптации, однократного (технологической защиты) и многократного логического управления.

Конкретно разработчиков АСУ ТП интересуют следующие вероятностные характеристики случайных процессов $X(t)$: 1) математическое ожидание (МО) m_x ; 2) дисперсия σ_x^2 ; 3) функция распределения $F(x)$ или плотность вероятности $f(x)$; 4) асимметрия γ_1 и эксцесс γ_2 распределения; 5) корреляционная $R_x(\tau)$ и взаимная корреляционная $R_{xy}(\tau)$ функции; 6) спектральная $S_x(\omega)$ и взаимная спектральная $S_{xy}(i\omega)$ плотности; 7) ВХ выбросов случайного процесса за заданный уровень, например, математическое ожидание нулей n_{0x} , максимумов m_{0x} , пересечений заданного уровня «с» n_{cx} , длительности выбросов выше заданной $n(\tau_b)$.

Анализ технической литературы позволяет сделать вывод о доминирующей роли, которую играют корреляционные функции (КФ) и взаимные корреляционные функции случайных сигналов в обеспечении функций АСУ ТП. Перечислим основные области применения КФ [1, 2]:

- анализ корреляционных функций позволяет установить скрытые особенности случайных процессов (например, наличие скрытых периодичностей) и скрытые свойства объектов управления;
- корреляционные функции необходимы для решения большинства задач централизованного контроля (шаг дискретизации при за-

данной погрешности контроля определяется КФ контролируемого сигнала);

- такие широко используемые ВХ, как дисперсия σ_x^2 и интервал корреляции τ_k , есть частные значения ординаты и абсциссы КФ, а ВХ выбросов связаны с КФ (для гауссовских СП - однозначно);
- в задачах идентификации, измерений, синтеза автоматических систем регулирования широко применяются спектральные и взаимные спектральные плотности - Фурье-преобразования корреляционных и взаимных корреляционных функций;
- корреляционные функции используются при построении моделей марковских случайных процессов, позволяющих решать ряд новых задач управления, например, оптимальная нелинейная фильтрация сигналов, оптимальное нелинейное управление, обнаружение "разладки" технологического процесса;
- большую роль играют корреляционные функции в решении такой важной для практических приложений задачи, как оценка точности и надежности ВХ случайных процессов, полученных экспериментально: m_x , σ_x^2 , τ_k , $F(x)$ и моментов распределения, $S_x(\omega)$, характеристик выбросов, собственно КФ. Учитывая вышесказанное, основное внимание в расчетном задании уделяется оценке корреляционных функций.

1. Содержание расчетного задания

Получить реализацию случайного процесса. Найти оценки математического ожидания, дисперсии и определить их точность при заданной надежности. Найти оценку корреляционной функции. Сформулировать гипотезу о корреляционной функции изучаемого случайного процесса $R_{хг}(\tau)$ и доказать, что экспериментальные данные не противоречат принятой гипотезе с заданным уровнем значимости. Определить спектральную плотность $S_{хг}(\omega)$. Рассчитать действительные корреляционную функцию $R_{хд}(\tau)$ и спектральную плотность $S_{хд}(\omega)$. Использовать $R_{хг}(\tau)$, $R_{хд}(\tau)$, $S_{хг}(\omega)$, $S_{хд}(\omega)$ для решения ряда задач, возникающих при проектировании АСУ ТП. Провести сравнение результатов решения и сформулировать выводы по проделанной работе.

2. Порядок выполнения расчетного задания

1. Получить реализацию случайного процесса длительностью T .

2. Произвести оценку математического ожидания и центрирование полученной реализации.

3. По некоррелированной выборке оценить дисперсию СП и вычислить доверительные интервалы для дисперсии и математического ожидания (или для коэффициента «а» в формуле (2)) для доверительной вероятности $P = 0,95$.

4. Составить таблицу квантованных по уровню с шагом q дискретных центрированных значений реализации случайного процесса $\dot{X}(t)$ для максимально коррелированной выборки объема $N_{\Delta\tau}$ при $\Delta t_{мк} = \Delta\tau$. Рассчитать оценки дисперсии $\hat{D}_x$ и корреляционной функции $\hat{R}_x(j\Delta\tau)$ по максимально коррелированной выборке. Вычислить погрешность оценки КФ от квантования реализации по уровню и дискретизации КФ по времени (погрешность линейной интерполяции).

5. Сформулировать гипотезу о корреляционной функции $R_{хг}(\tau)$, случайного процесса и проверить ее выполнение для уровня значимости $\alpha = 5\%$. При невыполнении гипотезы выдвинуть новую. Проверку гипотезы осуществлять вплоть до ее принятия. Для принятой гипотезы о КФ определить интервал корреляции $\tau_{кг}$ и спектральную плотность $S_{хг}(\omega)$. Построить совмещенные графики оценки КФ $\hat{R}_x(\tau)$, гипотетической КФ $R_{хг}(\tau)$ и границ области принятия решения $I_{0,025}(\tau)$ для всех вариантов проверки гипотезы. Повторить оценку дисперсии СП по некоррелированной выборке $\hat{D}_{хнк}$ и вычислить доверительный интервал для дисперсии с учетом того, что $\tau_k = \tau_{кг}$.

6. Определить действительную нормированную КФ $\rho_{хд}(\tau)$, действительный интервал корреляции $\tau_{кд}$ и соответствующую спектральную плотность $S_{хд}(\omega)$.

7. Построить совмещенные графики:

- действительной нормированной КФ $\rho_{хд}(\tau)$ и гипотетической нормированной КФ $\rho_{хг}(\tau)$;
- действительной спектральной плотности $S_{хд}(\omega)$ и гипотетической спектральной плотности $S_{хг}(\omega)$.

8. Определить число интервалов корреляции в реализации T для $\tau_{кд}$ и $\tau_{кг}$. Определить произведения $\tau_{кг} n_{0хг}$ и $\tau_{кд} n_{0хд}$ (в приближенной формуле оценки интервала корреляции по нулям это произведение равно двум). Сравнить оценки дисперсии по некоррелированной и максимально коррелированной выборке и соответствующие доверительные интервалы для дисперсии.

9. Рассчитать погрешности:

- оценки математического ожидания нулей $n_{0х}$;
- оценки математического ожидания максимумов $m_{0х}$;

- определения интервала корреляции τ_k ;
- относительных дисперсий ступенчатой экстраполяции $\sigma_{\text{экс}}^2$ и линейной интерполяции $\sigma_{\text{инт}}^2$ по двум точкам для задачи централизованного контроля СП $\dot{X}(t)$;
- определения дисперсии регулируемой величины в АСР, если приведенное к выходу АСР случайное возмущающее воздействие есть СП $\dot{X}(t)$.

10. Построить графики АЧХ замкнутой системы $A_{\text{зс}}(\omega)$, спектральных плотностей $S_{\text{ут}}(\omega)$ и $S_{\text{шт}}(\omega)$; найти отношения дисперсий $D_{\text{ут}}/D_x$ и $D_{\text{шт}}/D_x$.

11. Выполнить индивидуальное задание (Приложение 5), содержание которого определяется конкретными особенностями проделанной работы.

12. Сформулировать выводы о допустимости погрешностей, рассчитанных в пункте 9, о происхождении этих погрешностей, о длине реализации, которой располагал исследователь (в интервалах корреляции), о точности приближенной формулы оценки τ_k , об оценке дисперсии по некоррелированной выборке и другие выводы, полученные при выполнении всех пунктов расчетного задания.

3. Пояснения к расчетному заданию

1. Реализация случайного процесса может быть получена: а) моделированием на аналоговой вычислительной машине (длина реализации T не менее 60 мин) [3, 4]; б) моделированием на ПЭВМ в среде MathCAD; в) от преподавателя. Варианты расчетного задания содержатся в Приложении 1¹.

2. При моделировании в среде MathCAD следует использовать встроенную функцию для генерирования случайных чисел, имеющих нормальное распределение «pnorm (N, μ, σ)», где N – количество случайных чисел, μ – математическое ожидание, σ – среднее квадратичное отклонение вектора нормально распределенных случайных чисел [5]. Принять: $N=10000, \mu=0, \sigma=1$.

При моделировании формирующего фильтра в среде MathCAD следует использовать цифровые модели типовых звеньев [6]. В качестве примера в Приложении 2 приведена программа моделирования случайного процесса на выходе формирующего фильтра, состоящего из трех последовательно соединенных апериодических звеньев.

¹ Возможны и другие варианты в рамках моделей, приведенных в Приложении 3. При этом, если моделирование случайных процессов осуществляется на АВМ, а скорость диаграммы прибора КСП-4 равна 2400 мм/ч, то математическое ожидание числа нулей процесса n_{0x} должно лежать в пределах 0,012 – 0,036 1/с.

3. Процедура оценки математического ожидания имеет итеративный характер. Реализация¹ просматривается и принимается (совместно с преподавателем) предположение о характере $m_x(t)$: является ли оно постоянным или изменяется скачкообразно, по линейному закону, по закону квадратичной параболы, или по более сложному закону с многократной переменной знака производной². Реализация длины T центрируется вручную¹, после чего производится первая оценка математического ожидания нулей процесса $\hat{n}_{0x1} = N_{0x}/T$, вычисляется по приближенной формуле значение интервала корреляции $\hat{\tau}_{k1} \approx 2/\hat{n}_{0x1}$ и составляется выборка дискретных некоррелированных значений реализации $x(k\Delta t_{\text{нк1}}) = x_k$ объема $N(\Delta t_{\text{нк1}})$, где $\Delta t_{\text{нк1}} \geq \hat{\tau}_{k1}$.

При второй итерации оценка математического ожидания определяется по выражению:

$$\hat{m}_x = \frac{1}{N_{\Delta t_{\text{нк1}}}} \sum_{k=1}^{N_{\Delta t_{\text{нк1}}}} x_k, \quad (1)$$

если $m_x(t)$ остается постоянным или изменяющимся скачкообразно, а $\hat{m}_{x2}(t) = \hat{m}_x(t)$.

Параметры «а», «b», «с» оценки математического ожидания определяют по формулам метода наименьших квадратов:

$$\sum x_k = aN_{\Delta t_{\text{нк1}}} + b\Delta t_{\text{нк1}} \sum k + c\Delta t_{\text{нк1}}^2 \sum k^2, \quad (2)$$

$$\sum x_k k = a \sum k + b\Delta t_{\text{нк1}} \sum k^2 + c\Delta t_{\text{нк1}}^2 \sum k^3, \quad (3)$$

$$\sum x_k k^2 = a \sum k^2 + b\Delta t_{\text{нк1}} \sum k^3 + c\Delta t_{\text{нк1}}^2 \sum k^4, \quad (4)$$

в предположении, что математическое ожидание изменяется по линейному закону $m_x(t) = a + b t$ ((2),(3)) или по параболе $m_x(t) = a + b t + c t^2$ ((2),(3),(4)). Суммы вычисляются в пределах от $k=1$ до $k=N_{\Delta t_{\text{нк1}}}$.

При многократной перемене знака производной $m_x(t)$ можно воспользоваться процедурой фильтрации реализации СП текущим средним [2]. Далее, посредством графического построения или вычислительным путем осуществляется повторное центрирование реализации и определяется $\hat{n}_{0x2}$ и $\hat{\tau}_{k2}$. Если разница между $\hat{n}_{0x2}$ и $\hat{n}_{0x1}$ не превосходит 25%, то можно принять $\Delta t_{\text{нк}} = \Delta t_{\text{нк1}}$, $N_{\Delta t_{\text{нк}}} = N_{\Delta t_{\text{нк1}}}$ и окончить процедуру оценки

¹ Начальный участок реализации, равный утроенной сумме постоянных времени формирующего фильтра, исключается из рассмотрения.

² Для выявления характера $m_x(t)$ желательно помимо полученной реализации располагать той же реализацией, но в сжатом (в 5-10 раз) масштабе времени.

³ Если $m_x = \text{const}$, то в качестве первого приближения оценки математического ожидания можно принять $\hat{m}_{x1}(t)$.

$m_x(t)$. В противном случае принимается $\Delta t_{нк} = \Delta t_{нк2}$, $N_{\Delta t_{нк}} = N_{\Delta t_{нк2}}$ и процедура повторяется.

4. Оценка дисперсии вычисляется по формуле:

$$\hat{D}_{x_{нк}} = \frac{1}{N_{\Delta t_{нк}} - 1} \sum_{k=1}^{N_{\Delta t_{нк}}} \dot{x}_k^2, \quad (5)$$

где $\dot{x}_k = (x_k - \hat{m}_{x_k})$.

При вычислении доверительных интервалов для математического ожидания m_x или коэффициента «а» при тренде используется t распределение Стьюдента. Доверительный интервал I_p будет равен:

$$I_p = \left[\hat{m}_x - t_p \sqrt{\frac{\hat{D}_x}{N_{\Delta t_{нк}}}} < m_x < \hat{m}_x + t_p \sqrt{\frac{\hat{D}_x}{N_{\Delta t_{нк}}}} \right], \quad (6)$$

где t_p находится из Приложения 4¹. Доверительный интервал для «а» находится аналогично.

При вычислении доверительного интервала для D_x используется χ^2 распределение Пирсона:

$$I_p = \left[\frac{\hat{D}_{x_{нк}} (N_{\Delta t_{нк}} - 1)}{\chi_2^2} < D_x < \frac{\hat{D}_{x_{нк}} (N_{\Delta t_{нк}} - 1)}{\chi_1^2} \right], \quad (7)$$

где χ_1^2 , χ_2^2 находятся из Приложения 3.

5. Относительная погрешность δ_q оценки КФ при $\tau=0$, обусловленная квантованием реализации по уровню, рассчитывается по соотношению:

$$\delta_q \approx \frac{1}{12m^2}, \quad (8)$$

где m - число квантов на интервале σ_x . При выборе q учитывается разметка оси ординат реализации $x(t)$. Погрешность δ_q не должна превосходить 0,01.

Множительный выборочно-шаговый алгоритм вычисления оценки корреляционной функции имеет вид [2]:

$$\hat{R}_x(j\Delta\tau) = \frac{1}{N_{\Delta\tau} - j} \sum_{i=1}^{N_{\Delta\tau} - j} \dot{x}(i\Delta t) \cdot \dot{x}(i\Delta t + j\Delta\tau). \quad (9)$$

В частности, для максимально коррелированной выборки, т. е.

$\Delta t_{мк} = \Delta\tau$ алгоритмы оценок корреляционной функции и дисперсии записываются соответственно:

$$\hat{R}_x(j\Delta\tau) = \frac{1}{N_{\Delta t_{мк}} - j} \sum_{i=1}^{N_{\Delta t_{мк}} - j} \dot{x}(i\Delta t_{мк}) \cdot \dot{x}[(i+j)\Delta t_{мк}], \quad (10)$$

$$\hat{D}_{x_{мк}} = \frac{1}{N_{\Delta t_{мк}}} \sum_{i=1}^{N_{\Delta t_{мк}}} [\dot{x}(i\Delta t_{мк})]^2. \quad (11)$$

Максимальная погрешность линейной интерполяции значений нормированной КФ η определяется выражением [2, 7]:

$$\eta \leq \frac{\pi^2 \Delta\tau^2}{8} n_{0x}^2, \quad (12)$$

откуда

$$\Delta\tau \leq \frac{2}{\pi n_{0x}} \sqrt{2\eta_{доп}}. \quad (13)$$

Здесь $\eta_{доп}$ - допустимое значение погрешности интерполяции (задается в пределах 0,02 - 0,05); вычисленное значение $\Delta\tau$ округляется в сторону уменьшения с учетом разметки оси абсцисс по диаграмме реализации $x(t)$.

Значение $\Delta\tau$ может быть задано ($\Delta\tau = \Delta\tau_3$)¹. В этом случае ограничиваются только вычислением погрешности η . Математическое ожидание нулей процесса n_{0x} в формулах (12), (13) заменяется его оценкой $\hat{n}_{0x}$.

6. Гипотеза о корреляционной функции $R_{xt}(\tau)$ выдвигается на основе графика ее оценки $\hat{R}_x(\tau)$ и текущей информации об оценках математического ожидания нулей $\hat{n}_{0x}$ и экстремумов $\hat{\varepsilon}_{0x} = \varepsilon_{0x}/T$ процесса. Варианты моделей корреляционных функций, необходимых для выдвижения гипотезы, приведены в Приложении 3. Можно предложить следующий порядок выдвижения гипотезы:

- вычислить $\hat{\varepsilon}_{0x} = \hat{m}_{0x} / \hat{n}_{0x} = \hat{\varepsilon}_{0x} / 2\hat{n}_{0x}$, где $\hat{m}_{0x}$ - оценка математического ожидания максимумов случайного процесса;
- выбрать общий вид модели КФ, ориентируясь на $\hat{\varepsilon}_{0x}$ и на характер оценки $\hat{R}_x(\tau)$;
- используя $\hat{n}_{0x}$ и $\hat{\varepsilon}_{0x}$, определить параметры $R_{xt}(\tau)$.

¹ При скорости диаграммы КСП-4 равной 2400 мм/ч удобно принять $\Delta\tau = \Delta\tau_3 = 7,5$ с; при скорости 1800 мм/ч, соответственно $\Delta\tau_3 = 10$ с.

¹ Для промежуточных значений $N(\Delta t_{нк})$ можно применить линейную интерполяцию

Как следует из Приложения 3, число неизвестных параметров модели нормированной КФ для конечных $\hat{n}_{0x}$, $\hat{z}_{0x}$ изменяется от 1 до 3, а число уравнений равно двум. Поэтому надо либо задаться третьим параметром, либо принять модель с двумя неизвестными параметрами. В отдельных случаях удастся использовать данные из оценки КФ. Так, если в $\hat{R}_x(\tau)$ (модель 14) достаточно четко выявляется частота осциллирующей составляющей ω , то для определения T_0 можно воспользоваться уравнением:

$$\left(\pi^2 m_{0x}^2 - \omega^2\right) T_0^4 + \left(\frac{3}{4} - z_{0x}^2\right) T_0^2 + \frac{1}{4\pi^2 n_{0x}^2} = 0. \quad (14)$$

Граница области принятия решения

$$I_{\alpha/2}(\tau) = R_{x\Gamma}(\tau) \pm \Delta\alpha/2(\tau) \quad (15)$$

(в данном случае это функция τ) в первом приближении может быть найдена [8] с учетом соотношения:

$$\Delta_{0,025}(\tau) = 2\sigma[R_{x\Gamma}(0)] = \text{const}, \quad (16)$$

где

$$\sigma[R_{x\Gamma}(0)] \approx \left[\frac{4}{T} \int_0^\infty R_{x\Gamma}^2(\tau) d\tau \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Конкретно $\sigma[R_{x\Gamma}(\tau_k)]$ вычисляется по формуле

$$\sigma[R_{x\Gamma}(\tau_k)] \approx \left[\frac{2}{N_{\Delta t_{\text{МК}}}} \sum_{j=0}^{2\tau_k/\Delta\tau} R_{x\Gamma}^2(j \frac{\Delta\tau}{2}) \right]^{1/2} \quad (18)$$

с шагом $\Delta\tau/2$.

При отсутствии информации об истинном значении дисперсии случайного процесса, в качестве $D_{x\Gamma} = D_x$ принимается её оценка при максимально коррелированной выборке: $D_{x\Gamma} = D_{x\text{МК}}$.

Если оценка корреляционной функции полностью попадает в область принятия решения в пределах от 0 до τ_k , то выдвинутая гипотеза принимается с уровнем значимости 0,05. В противном случае, если оценка не попадает, выдвинутая гипотеза отвергается.

Совмещенные графики $R_{x\Gamma}(\tau)$, $\hat{R}_x(\tau)$, $I_{0,05}(\tau)$ строятся в двух диапазонах τ : от 0 до 250 с и от 0 до 500 с;

7. Совмещенный график $\rho_{x\Gamma}(\tau)$ и $\rho_x(\tau)$ строится в диапазоне τ от 0 до 250 с, или, при необходимости, от 0 до 500 с.

8. Результаты выполнения п. 7 приводятся в табличном виде. Сравниваются три оценки дисперсии $\hat{D}_{x_{\text{МК}}}$ и $\hat{D}_{x_{\text{НК}}}$, полученные соответственно в п. 4, 5, 6. Дисперсию оценки $\hat{D}_{x_{\text{МК}}}$ можно определить по формуле:

$$\sigma^2[\hat{D}_{x_{\text{МК}}}] \approx \left[\frac{2}{N_{\Delta t_{\text{МК}}}} \sum_{j=0}^{2\tau_k/\Delta\tau} R_{x\Gamma}^2(j \frac{\Delta\tau}{2}) \right], \quad (19)$$

откуда доверительный интервал на оценку дисперсии запишется

$$I_P = \hat{D}_{x_{\text{МК}}} - u\sigma[\hat{D}_{x_{\text{МК}}}] \leq D < \hat{D}_{x_{\text{МК}}} + u\sigma[\hat{D}_{x_{\text{МК}}}] \quad (20)$$

(для $P=0,95$ значение $u=1,96$).

9. Погрешности всех названных параметров (в процентах) можно рассчитать по соотношению:

$$\delta_z = \frac{|z_3 - z_d|}{z_d}. \quad (21)$$

В качестве z_3 для n_{0x} и m_{0x} принимаются их экспериментальные оценки (действительные значения определяются из Приложения 3); в качестве z_3 для τ_k , относительных дисперсий экстраполяции и интерполяции, дисперсии регулируемой величины принимаются соответствующие вероятностные характеристики СП с гипотетической корреляционной функцией $R_{x\Gamma}(\tau)$ и гипотетической спектральной плотностью $S_{x\Gamma}(\omega)$.

Относительная дисперсия ступенчатой экстраполяции записывается следующим образом:

$$\sigma_{\text{экс}}^2 = 2[1 - \rho_x(\Delta t)], \quad (22)$$

а относительная дисперсия линейной интерполяции по двум точкам – в виде:

$$\sigma_{\text{инт}}^2 = 2 \left[0,75 - \rho_x\left(\frac{\Delta t}{2}\right) + 0,25 \rho_x(\Delta t) \right]. \quad (23)$$

Дисперсия $\sigma_{\text{экс}}^2$ определяется для Δt равное 3; 6; 12; 24 с, а $\sigma_{\text{инт}}^2$ – для Δt равное 6 и 24 с.

Дисперсия регулируемой величины вычисляется в соответствии с известной формулой

$$D_y = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty A_{\text{экс}}^2(\omega) S_x(\omega) d\omega. \quad (24)$$

Таблица значений АЧХ $A^2_{\text{зс}}(\omega)$ приведена в Приложении 5. Спектральные плотности $S_{\text{хт}}(\omega)$ и $S_{\text{хд}}(\omega)$ совмещаются на одном графике.

10. Выводам по работе необходимо уделить особое внимание, так как они свидетельствуют о качестве исполнения и глубине понимания проделанной работы.

Контрольные вопросы

1. Каким образом осуществляется моделирование случайного процесса на аналоговой вычислительной машине?
2. Каким образом осуществляется моделирование случайного процесса на ПЭВМ?
3. В чем заключается итеративный характер определения оценки математического ожидания СП?
4. Как определяется оценка точности и надежности математического ожидания и дисперсии случайного процесса?
5. Какая априорная информация о СП используется в расчетном задании?
6. На основании какой информации выдвигается гипотеза о гипотетической корреляционной функции? Каким образом осуществляется проверка этой гипотезы?
7. Каким образом рассчитывается дисперсия регулируемой величины в расчетном задании?

Приложения

Приложение 1

Варианты расчетного задания

Вариант	Передаточная функция формирующего фильтра	K/K^*	T_0	α	β	γ	δ
1	$K \cdot [(T_0 p + 1) \cdot (T_0 \beta p + 1) \cdot (T_0 \beta^2 p + 1)]^{-1}$	1	17		0,7		
2	$K \cdot [(T_0 p + 1) \cdot (T_0 \beta p + 1) \cdot (T_0 \beta^2 p + 1)]^{-1}$	1	20		0,5		
3	$K \cdot [(T_0 p + 1) \cdot (T_0 \beta p + 1) \cdot (T_0 \beta^2 p + 1)]^{-1}$	1	25		0,3		
4	$K \cdot [(T_0 p + 1)^2 \cdot (T_0 \beta p + 1)]^{-1}$	1	16		0,5		

Продолжение приложения 1

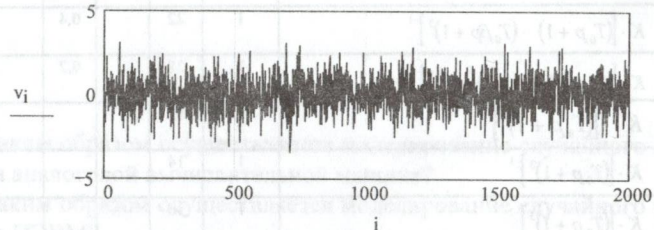
Варианты расчетного задания

5	$K \cdot [(T_0 p + 1)^2 \cdot (T_0 \beta p + 1)]^{-1}$	1	18		0,25		
6	$K \cdot [(T_0 p + 1)^2 \cdot (T_0 \beta p + 1)]^{-1}$	1	20		0,15		
7	$K \cdot [(T_0 p + 1) \cdot (T_0 \beta p + 1)^2]^{-1}$	1	18		0,6		
8	$K \cdot [(T_0 p + 1) \cdot (T_0 \beta p + 1)^2]^{-1}$	1	22		0,4		
9	$K \cdot [(T_0 p + 1) \cdot (T_0 \beta p + 1)^2]^{-1}$	1	28		0,2		
10	$K \cdot [(T_0 p + 1)^3]^{-1}$	1	12				
11	$K \cdot [(T_0 p + 1)^3]^{-1}$	1	14				
12	$K \cdot [(T_0 p + 1)^3]^{-1}$	1	16				
13	$K \cdot [(T_0 \alpha p + 1) \cdot (T_0^2 p^2 + T_0 \gamma p + 1)]^{-1}$	1	9	4		0,75	
14	$K \cdot [(T_0 \alpha p + 1) \cdot (T_0^2 p^2 + T_0 \gamma p + 1)]^{-1}$	0,5	7	4		0,25	
15	$K \cdot [(T_0 \alpha p + 1) \cdot (T_0^2 p^2 + T_0 \gamma p + 1)]^{-1}$	0,5	14	0,25		0,75	
16	$K \cdot [(T_0 \alpha p + 1) \cdot (T_0^2 p^2 + T_0 \gamma p + 1)]^{-1}$	0,25	12	0,25		0,25	
17	$KT_0 p \cdot [(T_0 \alpha p + 1) \cdot (T_0 p + 1)^3]^{-1}$	5	10	4			
18	$KT_0 p \cdot [(T_0 \alpha p + 1) \cdot (T_0 p + 1)^3]^{-1}$	2	20	0,25			
19	$KT_0 p \cdot [(T_0 p + 1)^4]^{-1}$	2,5	14				
20	$KT_0 p \cdot [(T_0 p + 1)^4]^{-1}$	2,5	16				
21	$K(T_0 \delta p + 1) \cdot [(T_0 \alpha p + 1)(T_0 p + 1)^3]^{-1}$	0,5	15	0,5			3
22	$K(T_0 \delta p + 1) \cdot [(T_0 \alpha p + 1)(T_0 p + 1)^3]^{-1}$	1	8	5			3
23	$K(T_0 \delta p + 1) \cdot [(T_0 \alpha p + 1)(T_0 p + 1)^3]^{-1}$	1	20	0,25			1,5
24	$K \cdot (T_0 p \delta + 1) \cdot [(T_0 p + 1)^4]^{-1}$	0,25	15				8
25	$K \cdot (T_0 p \delta + 1) \cdot [(T_0 p + 1)^4]^{-1}$	1	20				2
26	$KT_0 p \cdot [(T_0 \alpha p + 1)^2 \cdot (T_0^2 p^2 + T_0 \gamma p + 1)]^{-1}$	15	4	10		0,7	
27	$KT_0 p \cdot [(T_0 \alpha p + 1)^2 \cdot (T_0^2 p^2 + T_0 \gamma p + 1)]^{-1}$	10	6	8		0,4	
28	$K \cdot [(T_0 p + 1)^4]^{-1}$	1	11				
29	$K \cdot [(T_0 p + 1)^5]^{-1}$	1	10				
30	$K \cdot [(T_0 p + 1)^6]^{-1}$	1	9				

Моделирование случайного процесса в среде MathCAD

$$v := \text{norm}(10000, 0, 1) \quad i := 0..2000$$

Реализация псевдослучайного белого шума



Передаточная функция формирующего фильтра

$$W(p) := \frac{(k1 \cdot k2 \cdot k3)}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1) \cdot (T3 \cdot p + 1)}$$

Параметры формирующего фильтра

$$k1 \equiv 1 \quad k2 \equiv 2 \quad k3 \equiv 3$$

$$T1 \equiv 20 \quad T2 \equiv 10 \quad T3 \equiv 5$$

$$N := 2000 \quad j := 0, 1..N \quad \Delta T := 5$$

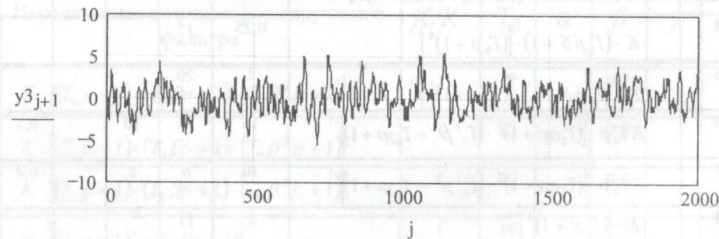
Имитационная модель формирующего фильтра:

$$y1_{j+1} := k1 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta T}{T1}\right)\right) \cdot v_j + \exp\left(\frac{-\Delta T}{T1}\right) \cdot y1_j$$

$$y2_{j+1} := k2 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta T}{T2}\right)\right) \cdot y1_{j+1} + \exp\left(\frac{-\Delta T}{T2}\right) \cdot y2_j$$

$$y3_{j+1} := k3 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta T}{T3}\right)\right) \cdot y2_{j+1} + \exp\left(\frac{-\Delta T}{T3}\right) \cdot y3_j$$

Реализация случайного процесса на выходе формирующего фильтра



Номер модели	Спектральная плотность	Нормированная корреляционная функция $\left(\lambda = \frac{\tau}{T_0}\right)$	Параметры модели $\left(z_0 = \frac{m_0}{n_0}\right)$
1	$\frac{S_0}{T_0^2 \omega^2 + 1}$	$e^{- \lambda }$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{1}{2};$ $\pi T_0 n_0 = \infty$ $\pi T_0 z_0 = \infty^3$ $z_0 = \infty^2$
2	$\frac{S_0 (T_0^2 \delta^2 \omega^2 + 1)}{(T_0^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \beta^2 \omega^2 + 1)}$	$\frac{\beta \cdot (1 - \delta^2)}{(1 - \beta) \cdot (\beta + \delta^2)} \left[e^{- \lambda } - \beta^2 - \delta^2 \frac{ \lambda }{\beta} \right]$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \beta + \delta^2$ $\frac{1}{2\beta \cdot (1 + \beta)}; \quad \beta^2 \leq \pi T_0 n_0 \leq \infty$ $\infty \leq \pi T_0 z_0 \leq \infty^3$ $\infty \leq z_0 \leq \infty^2$
3	$\frac{S_0 (T_0^2 \delta^2 \omega^2 + 1)}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^2}$	$\left[1 + \frac{1 - \delta^2}{1 + \delta^2} \cdot \lambda \right] \cdot e^{- \lambda }$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{1 + \delta^2}{4};$ $1 \leq \pi T_0 n_0 \leq \infty$ $\infty \leq \pi T_0 z_0 \leq \infty^3$ $\infty \leq z_0 \leq \infty^2$
4	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \beta^2 \omega^2 + 1)}$	$\frac{1}{1 - \beta} \cdot \left[e^{- \lambda } - \beta e^{\frac{ \lambda }{\beta}} \right]$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{1}{2 \cdot (1 + \beta)};$ $\pi T_0 n_0 = \beta^2$ $\pi T_0 z_0 = \infty$ $z_0 = \infty$

5	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^2}$	$(1 + \lambda) \cdot e^{- \lambda }$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{1}{4};$ $\pi T_0 n_0 = 1$ $\pi T_0 z_0 = \infty$ $z_0 = \infty$
6	$\frac{S_0}{(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_0^2 \gamma^2 \omega^2}$	$\frac{2}{\sqrt{4 - \gamma^2}} \cdot e^{\frac{ \lambda }{2}} \cdot \sin \left(\frac{\sqrt{4 - \gamma^2}}{2} \cdot \lambda + \arctg \frac{\sqrt{4 - \gamma^2}}{\gamma} \right)$	$\pi T_0 n_0 = 1$ $1 \leq \pi T_0 z_0 \leq \infty$ $0,5 \leq z_0 \leq \infty$
7	$\frac{S_0 T_0^2 \omega^2}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^3}$	$(1 + \lambda - \lambda^2) \cdot e^{- \lambda }$	$\pi T_0 n_0 = \sqrt{3}$ $\pi T_0 z_0 = \infty$ $z_0 = \infty$
8	$\frac{S_0 (T_0^2 \delta^2 \omega^2 + 1)}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^3}$	$\left[1 + \lambda + \frac{1 - \delta^2}{3 + \delta^2} \cdot \lambda^2 \right] \cdot e^{- \lambda }$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \pi T_0 n_0 \leq 1$ $\sqrt{3} \leq \pi T_0 z_0 \leq \infty$ $1,5 \leq z_0 \leq \infty$

9	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \beta_1^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \beta_2^2 \omega^2 + 1)}$	$K \cdot \left(a e^{\frac{ \lambda }{\beta_1}} - b e^{\frac{ \lambda }{\beta_2}} + c e^{\frac{ \lambda }{\beta_2}} \right)$ $a = \frac{\beta_1^2 - \beta_2^2}{(1 - \beta_1) \cdot (1 - \beta_2)}$ $b = \frac{\beta_1^3 (1 + \beta_2)}{1 - \beta_1}$ $c = \frac{\beta_2^3 \cdot (1 + \beta_1)}{1 - \beta_2}$ $K = \frac{1}{(\beta_1 - \beta_2) \cdot (\beta_1 + \beta_1 \beta_2 + \beta_2)}$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{[\beta_1^2 (1 - \beta_1) - \beta_1^2 \cdot (1 - \beta_2) + \beta_1^2 \beta_2^2 \cdot (\beta_1 - \beta_2)]}{2 \cdot (1 - \beta_1^2) \cdot (1 - \beta_2^2) \cdot (\beta_1^2 - \beta_2^2)}$ $\pi T_0 n_0 = (\beta_1 + \beta_1 \beta_2 + \beta_2)^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 z_0 = \left(\frac{1 + \beta_1 + \beta_2}{\beta_1 \beta_2} \right)^{\frac{1}{2}}$ $1,5 \leq z_0 \leq \infty$
10	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \beta^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \beta^4 \omega^2 + 1)}$	$\frac{1}{(1 + \beta + \beta^2) \cdot (1 - \beta)^2} \cdot \left[e^{\frac{ \lambda }{\beta}} - \beta \cdot (\beta^2 + 1) \cdot e^{\frac{ \lambda }{\beta}} + \beta^4 \cdot e^{\frac{ \lambda }{\beta^2}} \right]$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{[1 - \beta^2 \cdot (1 + \beta) + \beta^6]}{2 \cdot (1 - \beta^2)^2 \cdot (1 + \beta)^2 \cdot (1 + \beta^2)}$ $\beta = (z_0 - 0,5) - \sqrt{(z_0 - 0,5)^2 - 1}$ $\pi T_0 n_0 = [\beta \cdot (1 + \beta + \beta^2)]^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 z_0 = \left(\frac{1 + \beta + \beta^2}{\beta^3} \right)^{\frac{1}{2}}$ $1,5 \leq z_0 \leq \infty$

11	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^2 \cdot (T_0^2 \beta^2 \omega^2 + 1)}$	$\frac{1}{(1-\beta)^3(2\beta+1)} \cdot \left(2\beta \cdot e^{\frac{ \lambda }{\beta}} + [1-3\beta + \lambda \cdot (1-\beta^2)] \cdot e^{- \lambda } \right)$	$\frac{T_0 D_x}{S_0} = \frac{1+2\beta}{4 \cdot (1+\beta)^2}$ $\beta = (z_0^2 - 1,25) - \sqrt{(z_0^2 - 1,25)^2 - 1}$ $\pi T_0 n_0 = (2\beta + 1)^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 z_0 = \left(\frac{\beta + 2}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}}$ $1,5 \leq z_0 \leq \infty$
12	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1)(T_0^2 \beta^2 \omega^2 + 1)^2}$	$\frac{1}{(1-\beta)^2 \cdot (2+\beta)} \cdot \left\{ 2 \cdot e^{- \lambda } + [\beta^3 - 3\beta - \lambda \cdot (1-\beta^2)] \cdot e^{\frac{ \lambda }{\beta}} \right\}$	$\frac{T_0 D_x}{S_0} = \frac{2+\beta}{4 \cdot (1+\beta)^2}$ $\beta = (z_0^2 - 1,25) - \sqrt{(z_0^2 - 1,25)^2 - 1}$ $\pi T_0 n_0 = [\beta \cdot (2+\beta)]^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 z_0 = \frac{\beta}{(1+2\beta)^{\frac{1}{2}}}$ $1,5 \leq z_0 \leq \infty$

13	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^3}$	$\left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{3} \right) \cdot e^{- \lambda }$	$\frac{T_0 D_x}{S_0} = \frac{3}{16};$ $\pi T_0 n_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\pi T_0 z_0 = \sqrt{3}$ $z_0 = 1,5$
14	$\frac{S_0}{(T_0^2 \alpha^2 \omega^2 + 1) \cdot [(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_0^2 \gamma^2 \omega^2]}$	$K \left[\frac{- \lambda }{ae} + be - \frac{ \lambda \gamma}{2} \sin \left(\frac{\sqrt{4-\gamma^2}}{2} \lambda + \varphi \right) \right]$ $a = \alpha^2 \gamma$ $b = 2 \sqrt{\frac{(1+\alpha^2)^2 - \alpha^2 \gamma^2}{4-\gamma^2}}$ $\varphi = \arctg \frac{(1+\alpha^2 - \alpha^2 \gamma^2) \sqrt{4-\gamma^2}}{\gamma(1+3\alpha^2 - \alpha^2 \gamma^2)}$ $K = \frac{1}{\alpha^3 \gamma + \alpha^2 (1-\gamma^2) + 1}$	$\frac{T_0 D_x}{S_0} = \frac{[\alpha^3 \gamma + \alpha^2 (1-\gamma^2) + 1]}{2\gamma[(\alpha^2 + 1)^2 - \alpha^2 \gamma^2]}$ $\gamma = \frac{-(1+\alpha^2) + \sqrt{(1-\alpha^2)^2 + 16\alpha^2 z_0^2}}{2\alpha}$ $\pi T_0 n_0 = \left[\frac{1}{1+\alpha\gamma} \right]^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 z_0 = \left(\frac{\alpha + \gamma}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}}$ $0,5 \leq z_0 < \infty$
15	$\frac{S_0 T_0^2 \omega^2}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^4}$	$\left(1 + \lambda - \frac{ \lambda ^3}{3} \right) \cdot e^{- \lambda }$	$\frac{T_0 D_x}{S_0} = \frac{1}{32};$ $\pi T_0 n_0 = 1$ $\pi T_0 z_0 = \sqrt{5}$ $z_0 = \frac{\sqrt{5}}{2}$

16	$\frac{s_0 T_0^2 \omega^2}{(T_0^2 \alpha^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \omega^2 + 1)^3}$	$K \cdot \left[(a\lambda^2 + b \lambda + c) \cdot e^{- \lambda } - d e^{- \lambda /\alpha} \right]$ $a = (\alpha^2 - 1)^2$ $b = (3\alpha^2 + 1)(\alpha^2 - 1)$ $c = 3\alpha^4 + 6\alpha^2 - 1$ $d = 8\alpha^3$ $K = \frac{1}{(3\alpha + 1)(\alpha - 1)^3}$	$\frac{D_z}{T_0 S_0} = \frac{(3\alpha^4 - 8\alpha^3 + 6\alpha^2 - 1)}{16(\alpha^2 - 1)^3}$ $\pi T_0 n_0 = \left(\frac{\alpha + 3}{3\alpha + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 \rho_0 = \left[\frac{3\alpha^2 + 9\alpha + 8}{\alpha(\alpha + 3)} \right]^{\frac{1}{2}}$ $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq z_0 < \infty$
17	$\frac{S_0 \cdot (T_0^2 \delta^2 \omega^2 + 1)}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^4}$	$\left[1 + \lambda + \frac{2}{(5 + \delta^2)} \cdot \lambda^2 - \frac{(\delta^2 - 1)}{3 \cdot (5 + \delta^2)} \cdot \lambda ^3 \right] \cdot e^{- \lambda }$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{\delta^2 + 5}{32}$ $\pi T_0 n_0 = \left[\frac{1 + \delta^2}{5 + \delta^2} \right]^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 \rho_0 = \left(\frac{1 + 5\delta^2}{1 + \delta^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq z_0 \leq 1.5$

18	$\frac{S_0 (T_0^2 \delta^2 \omega^2 + 1)}{(T_0^2 \alpha^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_0^2 \omega^2 + 1)^3}$	$K \left[(a\lambda^2 + b \lambda + c) e^{- \lambda } + d e^{- \lambda /\alpha} \right]$ $a = (\alpha^2 - 1)^2 (\delta^2 - 1)$ $b = (\alpha^2 - 1) [\alpha^2 (3\delta^2 - 7) + \delta^2 + 3]$ $c = 3\alpha^4 (\delta^2 - 5) + 2\alpha^2 (3\delta^2 + 5) - \delta^2 - 3$ $d = 8\alpha^3 (\alpha^2 - \delta^2)$ $K = \frac{1}{\alpha^4 (3\delta^2 - 15) + 8\alpha^3 (\alpha^2 - \delta^2) + 2\alpha^2 (3\delta^2 + 5) - \delta^2 - 3}$	$\frac{D_z}{T_0 S_0} = \frac{\alpha^4 (3\delta^2 - 15) + 8\alpha^3 (\alpha^2 - \delta^2) + 2\alpha^2 (3\delta^2 + 5) - \delta^2 - 3}{16(\alpha^2 - 1)^3}$ $\pi T_0 n_0 = \left[\frac{\alpha^4 (\delta^2 + 3) - 8\alpha^3 - 6\alpha^2 (\delta^2 - 1) + 8\alpha \delta^3 - 3\delta^2 - 1}{\alpha^4 (3\delta^2 - 15) + 8\alpha^3 (\alpha^2 - \delta^2) + 2\alpha^2 (3\delta^2 + 5) - \delta^2 - 3} \right]^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 \rho_0 = \left\{ \frac{(\alpha - 1) [\alpha (\alpha + 3) (3\delta^2 + 1) + 8\delta^3]}{\alpha [\alpha^4 (\delta^2 + 3) - 8\alpha^3 - 6\alpha^2 (\delta^2 - 1) + 8\alpha \delta^3 - 3\delta^2 - 1]} \right\}^{\frac{1}{2}}$ $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq z_0 \leq \infty$
19	$\frac{S_0 T_0^2 \omega^2}{(T_0^2 \alpha^2 \omega^2 + 1)^2 [(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_0^2 \omega^2]}$	$K a e^{\frac{- \lambda }{\alpha}} + b \lambda e^{\frac{- \lambda }{\alpha}} + c e^{\frac{- \lambda }{2}} \sin \left(\frac{\sqrt{4 - \gamma^2}}{2} \lambda + \varphi \right)$ $a = \alpha \gamma [(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2 \gamma^2 - 4]$ $b = \gamma [\alpha^2 \gamma^2 - (\alpha^2 + 1)^2]$ $c = \frac{4[(\alpha^2 + 1)^2 - \alpha^2 \gamma^2]}{\sqrt{4 - \gamma^2}}$ $\varphi = \arctg \frac{[(\alpha^2 + 1)^2 - \alpha^4 \gamma^2] \sqrt{4 - \gamma^2}}{\gamma [4\alpha^4 - \alpha^4 \gamma^2 - (\alpha^2 - 1)^2]}$ $K = \frac{1}{\alpha \gamma [(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2 \gamma^2 - 4] + 2[(\alpha^2 + 1)^2 - \alpha^4 \gamma^2]}$	$\frac{T_0 D_z}{S_0} = \frac{\alpha \gamma [(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2 \gamma^2 - 4] + 2[(\alpha^2 + 1)^2 - \alpha^4 \gamma^2]}{4 \gamma [(\alpha^2 + 1)^2 - \alpha^2 \gamma^2]}$ $\pi T_0 n_0 = \left\{ \frac{\gamma [(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2 \gamma^2 - 4\alpha^4] + 2[(\alpha^2 + 1)^2 - \gamma^2]}{\alpha \gamma [(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2 \gamma^2 - 4\alpha^4] + 2[(\alpha^2 + 1)^2 - \gamma^2]} \right\}^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 \rho_0 = \left\{ \frac{\gamma [(\alpha^2 + 1)^2 + 4\alpha^2 (\alpha^2 + 1) - 3\alpha^2 \gamma^2] + 2[(\alpha^2 + 1)^2 + \gamma^2 (\gamma^2 - 2\alpha^2 - 3)]}{\alpha \gamma [(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2 \gamma^2 - 4\alpha^4] + 2[(\alpha^2 + 1)^2 - \gamma^2]} \right\}^{\frac{1}{2}}$ $0.5 \leq z_0 \leq \infty$

Продолжение приложения 3

Модели корреляционных функций

20	$\frac{S_0}{(T_0^2 \omega^2 + 1)^{\kappa}}$ ($\kappa \geq 3$)	$\frac{1}{2^{\kappa-1} (2\kappa-3)!} e^{-\lambda t } \sum_{m=0}^{\kappa-1} \frac{(2\kappa-m-2) 2^m \lambda ^m}{m! (\kappa-m-1)!}$	$\frac{T_0 D_x}{S_0} = \frac{(2\kappa-3)!}{2^{\kappa} (\kappa-1)!}$ $\pi T_0 n_0 = (2\kappa-3)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{4x_0^2 - 3}{8z_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ $\pi T_0 \omega_0 = \sqrt{3} \cdot (2\kappa-5)^{\frac{1}{2}}$ $\kappa = \frac{20x_0^2 - 9}{8z_0^2 - 6}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq z_0 \leq 1,5$
21	$S_0 e^{-T_0^2 \omega^2}$	$e^{-\frac{1}{4} \lambda^2 t^2}$	$\frac{D_x}{S_0} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$ $\pi T_0 n_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\pi T_0 \omega_0 = \sqrt{\frac{3}{2}}$ $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Приложение 4

t – распределение Стьюдента и χ^2 – распределение Пирсона для $P=0,95$

Число степеней свободы $\nu = N-1$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
t	2,5706	2,2281	2,1314	2,0860	2,0595	2,0423	2,0302	2,0211	2,0142	2,0086	2,004	2,0003
χ^2_1	0,831	3,247	6,262	9,591	13,120	16,791	20,569	24,433	28,395	32,357	36,420	40,482
χ^2_2	12,832	20,483	27,488	34,170	40,646	46,979	53,203	59,342	65,381	71,420	77,359	83,298

Амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы

$\omega, 1/c$	$A(\omega)$	$A^2(\omega)$	$\omega, 1/c$	$A(\omega)$	$A^2(\omega)$
0, 00	0, 0000	0, 0000	0, 52	1, 9728	3, 8918
0, 02	0, 0559	0, 0031	0, 54	1, 9199	3, 6860
0, 04	0, 1123	0, 0126	0, 56	1, 8607	3, 4621
0, 06	0, 1697	0, 0288	0, 58	1, 7993	3, 2373
0, 08	0, 2285	0, 0522	0, 60	1, 7385	3, 0224
0, 10	0, 2895	0, 0838	0, 62	1, 6801	2, 8228
0, 12	0, 3532	0, 1248	0, 64	1, 6251	2, 6410
0, 14	0, 4203	0, 1767	0, 66	1, 5739	2, 4773
0, 16	0, 4916	0, 2417	0, 68	1, 5267	2, 3308
0, 18	0, 5680	0, 3226	0, 70	1, 4833	2, 2003
0, 20	0, 6502	0, 4228	0, 72	1, 4437	2, 0841
0, 22	0, 7394	0, 5467	0, 74	1, 4074	1, 9808
0, 24	0, 8363	0, 6994	0, 76	1, 3743	1, 8888
0, 26	0, 9419	0, 8872	0, 78	1, 3442	1, 8068
0, 28	1, 0566	1, 1165	0, 80	1, 3166	1, 7335
0, 30	1, 1804	1, 3934	0, 84	1, 2685	1, 6090
0, 32	1, 3122	1, 7218	0, 88	1, 2282	1, 5085
0, 34	1, 4494	2, 1006	0, 92	1, 1944	1, 4266
0, 36	1, 5874	2, 5198	0, 96	1, 1659	1, 3593
0, 38	1, 7196	2, 9571	1, 00	1, 1418	1, 3036
0, 40	1, 8377	3, 3771	1, 04	1, 1213	1, 2573
0, 42	1, 9330	3, 7366	1, 08	1, 1038	1, 2184
0, 44	1, 9990	3, 9958	1, 12	1, 0889	1, 1857
0, 46	2, 0327	4, 1319	1, 16	1, 0761	1, 1581
0, 48	2, 0359	4, 1449	1, 20	1, 0652	1, 1346
0, 50	2, 0137	4, 0549			

Индивидуальные задания

1. Проверка статистической гипотезы об одномерной гауссовости случайного процесса.
2. Моделирование случайного процесса на ПЭВМ.
3. Определение дисперсии случайного процесса через оценки n_{0x} и n_{cx} .
4. Определение математического ожидания случайного процесса через оценки n_{0x} и n_{cx} .
5. Оценка корреляционной функции методического шума, обусловленного конечной длиной реализации.
6. Оценка корреляционной функции для отрицательного сдвига τ .
7. Изучение влияния шага квантования по уровню на оценку корреляционной функции.
8. Изучение центрирования реализации случайного процесса на оценку корреляционной функции (при нестационарном математическом ожидании $m_x(t)$).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Волгин В.В. Модели случайных процессов для вероятностных задач синтеза АСУ. Часть 1. Генеральная совокупность реализаций. Эргодичность. Единственная реализация. М.: Издательство МЭИ, 1998.
2. Волгин В.В., Каримов Р.Н. Оценка корреляционных функций в промышленных системах управления. М.: Энергия, 1979. 64 с.
3. Усенко В.В. Методическая разработка по курсу «Автоматизированные системы управления на ТЭС»: Моделирование случайных процессов. М.: Издательство МЭИ, 1977. 16 с.
4. Волгин В.В., Соколов С.В., Щедеркина Т.Е. Лабораторные работы по курсу «Теория автоматического управления» М.: МЭИ, 1986. 32 с.
5. Русскоязычный сайт по MathCAD и другим математическим пакетам: <http://www.exponenta.ru/>
6. Панько М.А. Расчет и моделирование автоматических систем регулирования в среде MathCAD: Учебное пособие. - М.: Издательство МЭИ, 2004.-112 с.
7. Волгин В.В., Каримов Р.Н. О выборе шаге дискретности по времени при вычислении корреляционных функций случайных процессов // Автоматика и телемеханика, 1967. №5. С. 37-42.
8. Волгин В.В., Саков И.А. К оценке точности и надежности измерений корреляционных функций // Труды МЭИ, 1974. Вып. 188. С. 23-25.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Содержание расчетного задания	4
2. Порядок выполнения расчетного задания	4
3. Пояснения к расчетному заданию	6
Контрольные вопросы	12
Приложения	12
Приложение 1	12
Приложение 2	14
Приложение 3	15
Приложение 4	23
Приложение 5	24
Приложение 6	25
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	26