

Цена 1 руб. 20 коп.

021.1
P7.9

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

МОСКОВСКИЙ ордена ЛЕНИНА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. Я. РОТАЧ

РАСЧЕТ НАСТРОЙКИ
ОДНОКОНТУРНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ
ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Москва



1960

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

МОСКОВСКИЙ ордена ЛЕНИНА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра теплового контроля и автоматики

В. Я. РОТАЧ

Утверждено
Учебным управлением МЭИ
в качестве учебного пособия
для студентов

РАСЧЕТ НАСТРОЙКИ ОДНОКОНТУРНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ
ПРОЦЕССОВ

51 + 0 121

Учебное пособие для специальности
АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Редактор асс. В. В. ВОЛГИН



НТБ МЭИ



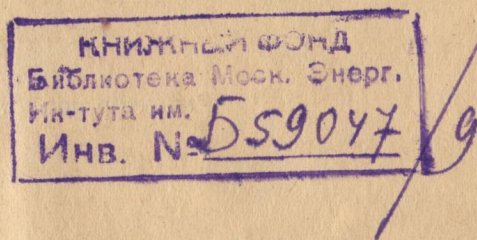
1219079

621.1
P79 Б 59047/9
Ротач, В. Я.
Расчет настройки одноконтурных систем автоматического регулирования...

280	24	15	07	1.20
438	9	7	72	
2	59	1	81	4
3-4	01.06	00		
3258	01.06	00		

4200
28876
Б 59047/9

3-21-010600
3258-010600



ВВЕДЕНИЕ

В конструкции всякого автоматического регулятора заложен определенный закон регулирования, в соответствии с которым регулятор производит перемещение регулирующего органа при отклонении регулируемой величины от ее заданного значения. В качестве простейшего примера на рис. 1 приведена схема автоматического регулятора уровня прямого действия, в котором перемещение регулирующего органа Δx_p пропорционально отклонению регулируемой величины ΔH (если только пренебречь влиянием трения в сочленениях и массой его подвижных частей)

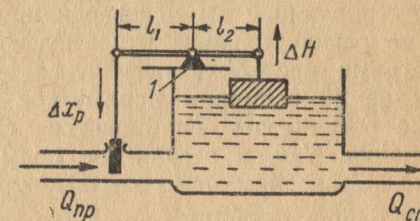


Рис. 1

$$\Delta x_p = -k_p \Delta H.$$

Очевидно, что прежде чем включить такой регулятор в работу, следует определить численное значение коэффициента пропорциональности $k_p \frac{l_1}{l_2}$, поскольку от его величины существенно зависит качество работы системы регулирования.

Действительно, при слишком большой величине коэффициента k_p перемещение регулирующего органа может оказаться значительно большим, чем это необходимо для компенсации возмущения, воздействующего на регулируемый объект. Это может привести к неустойчивой работе системы регулирования. Наоборот, при слишком малом значении коэффициента пропорциональности потребуются очень большое отклонение регулируемой величины от ее заданного значения, для того чтобы перемещение регулирующего органа

скомпенсировало возмущающее воздействие. Таким образом, имеется какое-то оптимальное значение коэффициента пропорциональности, при установке которого система будет работать устойчиво и с небольшими отклонениями регулируемой величины.

В практике регулирования тепловых процессов встречаются автоматические регуляторы с более сложными законами регулирования. Так, перемещение регулирующего органа может быть пропорциональным сумме отклонения регулируемой величины и интеграла от нее. Помимо этого, в закон регулирования часто вводится производная от регулируемой величины. Соответственно, перед включением таких регуляторов в работу необходимо найти оптимальные значения коэффициентов, определяющих степень ввода пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих в закон регулирования. Эти коэффициенты называются параметрами настройки регулятора. Для возможности установки желаемой величины параметров настройки все промышленные регуляторы снабжаются специальными органами настройки. Так, в регуляторе прямого действия, указанном на рис. 1, органом настройки может служить опора рычага 1, перемещая которую можно менять отношение $\frac{I_1}{I_2}$.

Ниже указаны способы расчета оптимальных параметров настройки регуляторов с законами регулирования, получившими наибольшее распространение в практике автоматизации тепловых процессов в энергетической, металлургической и химической промышленности.

В § 1 рассмотрены динамические характеристики — частотные характеристики и переходные функции наиболее характерных для тепловой автоматики регулируемых объектов и регуляторов.

В § 2 изложены критерии качества, на которые ориентируются расчеты настроек в последующих параграфах. Здесь в качестве меры колебательности переходного процесса принята величина максимума амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы регулирования. В § 3 рассмотрены графоаналитические методы расчета конкретных систем с пропорциональным и издромным регуляторами, а также с регулятором с введением производной от регулируемой величины по амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка. Следует отметить, что для таких расчетов можно также воспользоваться методами, которые ориентируются на заранее заданное расположение в комплексной плоскости

корней характеристического уравнения замкнутой системы (расчеты с построением расширенных амплитудно-фазовых характеристик) *.

Наконец, в §§ 4—8 приведены некоторые приближенные методы расчета настроек пропорционального и издромного регуляторов, которые в большом числе случаев, встречающихся на практике, дают вполне приемлемые результаты.

§ 1. Динамические характеристики тепловых регулируемых объектов и регуляторов

Система автоматического регулирования состоит из двух основных частей: регулируемого участка и регулятора, образующих замкнутую цепь воздействий, как указано на рис. 2. Выбор закона регулирования, который следует реализовать в регуляторе, а также выбор численных значений параметров настройки регулятора целиком зависит от динамических свойств регулируемого участка. Эти свойства могут быть определены с помощью его дифференциального уравнения или с помощью динамических характеристик.

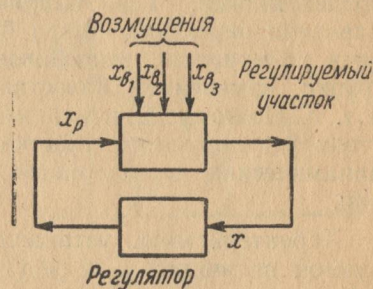


Рис. 2

В настоящее время предпочитают производить расчеты, опираясь на динамические характеристики регулируемого участка, поскольку они достаточно просто могут быть получены экспериментально. В практике расчетов тепловых систем автоматического регулирования обычно используются переходные функции и частотные характеристики.

Напомним, что переходной функцией системы называется зависимость изменения выходной величины системы от времени, вызванного единичным ступенчатым изменением ее входной величины, при условиях, что до этого система находилась в покое. Часто вместо переходной функции используют характеристику разгона системы. В отличие от переходной функции характеристика разгона определяется при любом

* Эти методы изложены в книге Е. Г. Дудникова «Основы автоматического регулирования тепловых процессов», ГЭИ, 1955 г.

(не обязательно единичном) ступенчатом входном воздействии.

Частотные характеристики позволяют определить амплитуду и фазу выходных установившихся колебаний системы при подаче на ее вход гармонических колебаний произвольной частоты.

а) Динамические характеристики тепловых регулируемых участков

Регулируемый участок имеет одну выходную величину (регулируемую величину) x (рис. 2) и обычно несколько входных величин $x_p, x_{s1}, x_{s2}, \dots$. В числе входных величин имеется одно регулирующее воздействие x_p от регулятора; все остальные входные величины являются возмущающими воздействиями. Так, например, на участок регулирования давления перегретого пара барабанного котла могут действовать возмущения, вызванные изменением его паровой нагрузки, изменением качества топлива, включением продувки и т. п. Поэтому для полного суждения о динамических свойствах регулируемого участка необходимо иметь столько его динамических характеристик, сколько имеется входных величин.

Характеристика, устанавливающая связь между регулируемой величиной x и регулирующим воздействием (перемещением регулирующего органа) x_p называется основной. Все остальные характеристики называются внешними.

Теплотехнические регулируемые участки при условии небольших отклонений их режима от начального установившегося могут считаться линейными динамическими системами. Поэтому любое внешнее возмущающее воздействие может быть заменено эквивалентным по своему действию перемещением регулирующего органа.

Это эквивалентное возмущающее воздействие обычно называется основным или внутренним.

Действительно, допустим, что регулируемая величина связана с регулирующим x_p и некоторым возмущающим воздействием $x_{ск}$ соотношениями

$$x = W_0(p) x_p,$$

$$x = W_{ск}(p) x_{ск},$$

где $W_0(p)$ и $W_{ск}(p)$ — основная и одна из внешних передаточных функций регулируемого участка.

Из этих двух уравнений исключением x находим связь между заданным внешним возмущающим воздействием $x_{ск}$ и эквивалентным ему основным возмущением x_{ps} .

$$x_{ps} = \frac{W_{ск}(p)}{W_0(p)} x_{ск}.$$

Так, например, если $W_{ск}(p) = \frac{1}{T_{ск}p + 1}$ и $W_0(p) = \frac{1}{T_0p + 1}$, то единичное внешнее ступенчатое воздействие может быть заменено перемещением регулирующего органа, определяемым операторной формулой

$$x_{ps} = \frac{T_0p + 1}{T_{ск}p + 1},$$

то есть оно может быть найдено из уравнения

$$T_{ск}x'_{ps} + x_{ps} = 1$$

при начальном условии

$$x_{ps}(0) = \frac{T_0}{T_{ск}}.$$

Решение этого уравнения

$$x_{ps} = 1 + \left(\frac{T_0}{T_{ск}} - 1 \right) e^{-\frac{t}{T_{ск}}}.$$

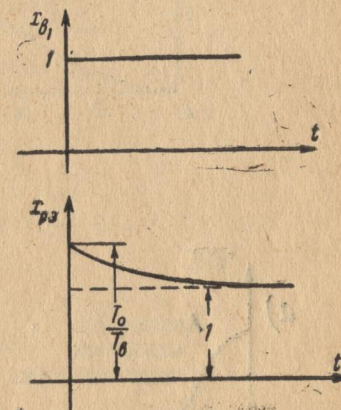


Рис. 3

График полученной зависимости для случая $T_0 < T_{ск}$ приведен на рис. 3.

Характеристики разгона подавляющего большинства тепловых регулируемых участков имеют неколебательный характер. В качестве примера на рис. 4 приведена основная характеристика разгона участка регулирования давления перегретого пара котла ТП-170. Эта характеристика снята экспериментально при ступенчатом перемещении регулирующего органа-траверсы плоского контроллера моторов пылепитателей на 60% по его указателю положения.

Соответственно, амплитудно- и фазо-частотная характеристики тепловых участков являются монотонными функциями частоты. Типовой вид этих характеристик, а также амплитудно-фазовой характеристики, приведен на рис. 5. В качестве примера на рис. 6 приведена снятая экспериментально основная амплитудно-фазовая характеристика участка регулирования давления, характеристика разгона которого приведена на рис. 4.

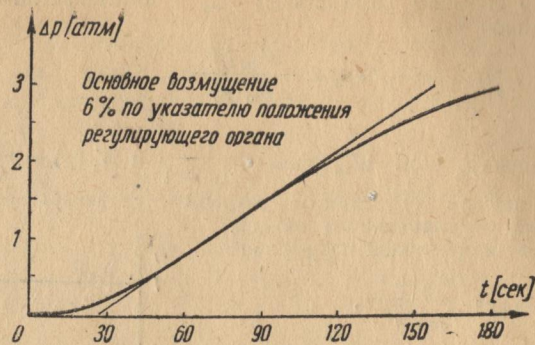


Рис. 4

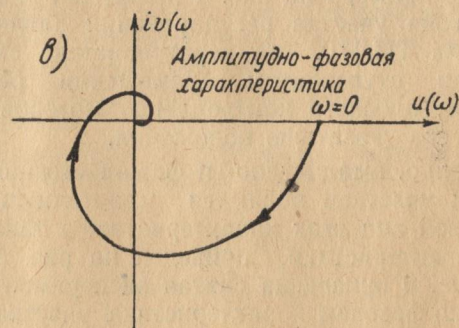
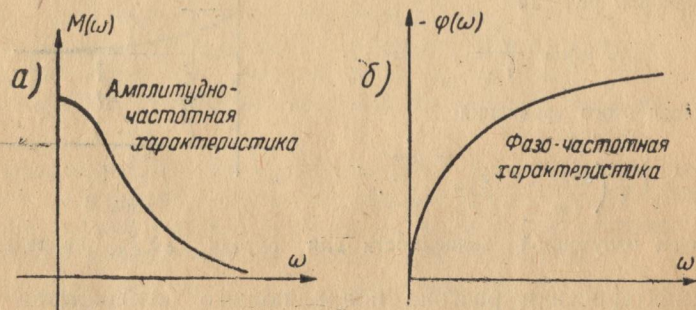


Рис. 5

Следует иметь в виду, что при больших отклонениях режима работы регулируемого объекта от начального установившегося режима его характеристики могут существенно отличаться от линейных. Поэтому для расчетов необходимо

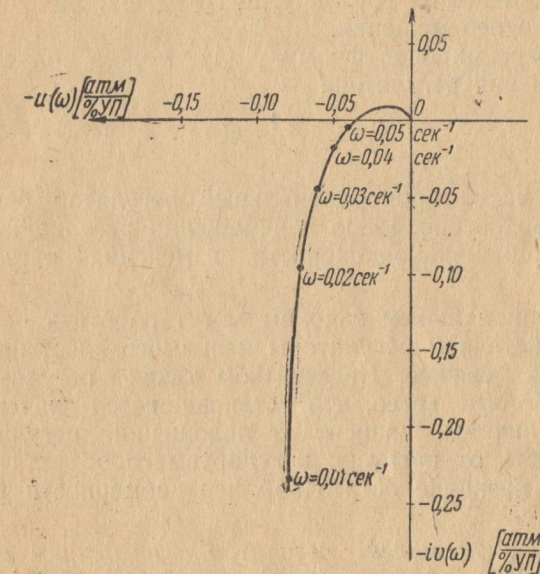


Рис. 6

располагать характеристиками, снятыми при нескольких нагрузках регулируемого объекта (обычно при минимальной, средней и максимальной).

б) Динамические характеристики основных промышленных регуляторов тепловых процессов

Промышленные регуляторы могут иметь один или несколько (обычно не больше трех) параметров настройки. Чем больше параметров настройки имеет регулятор, тем совершеннее может быть выполнена система регулирования, однако сложность ее расчета при этом возрастает.

В практике регулирования производственных процессов нашли наибольшее применение три вида регуляторов:

а) Пропорциональный регулятор. В этом регуляторе перемещение регулирующего органа x_p пропорционально отклонению регулируемой величины от заданного значения x

$$x_p = -\frac{1}{b} x. \quad (1)$$

Коэффициент δ , который носит название степени неравномерности регулятора, является его параметром настройки. Численно степень неравномерности равна величине отклонения регулируемой величины от заданного значения, необходимой для перемещения регулирующего органа на единицу измерения этого перемещения.

Продифференцировав формулу (1), можно получить иную запись уравнения регулятора

$$x_p' = -\frac{1}{\delta} x'. \quad (1-a)$$

Поэтому часто пропорциональный регулятор определяют как регулятор со скоростью перемещения регулирующего органа, пропорциональной скорости изменения регулируемой величины.

С пропорциональным законом могут работать регуляторы прямого действия и регуляторы непрямого действия с жесткой обратной связью. Недостатком таких регуляторов является то обстоятельство, что установившееся значение регулируемой величины зависит от положения регулирующего органа, то есть от нагрузки регулируемого объекта (это явление носит название остаточной неравномерности регулирования).

б) *Пропорциональный регулятор с введением интеграла от регулируемой величины (изодромный регулятор)*. В этом регуляторе перемещение регулирующего органа пропорционально сумме отклонения и интеграла от отклонения регулируемой величины

$$x_p = -\frac{1}{\delta} \left(x + \frac{1}{T_u} \int_0^t x dt \right). \quad (2)$$

Постоянная времени T_u , характеризующая долю участия интегральной составляющей, называется временем издрома. Закон регулирования, осуществляемый этим регулятором, получает более наглядный физический смысл, если продифференцировать формулу (2)

$$x_p' = -\frac{1}{\delta} \left(x' + \frac{1}{T_u} x \right), \quad (2-a)$$

то есть скорость перемещения регулирующего органа в изодромном регуляторе пропорциональна сумме отклонения и скорости изменения регулируемой величины.

Подставив в уравнение (2) $x=1(t)$, получим выражение для переходной функции регулятора

$$h(t) = -\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta T_u} t \right). \quad (3)$$

Ее график приведен на рис. 7, а. При $t = T_u$, $h(t) = -\frac{2}{\delta}$, то есть время издрома численно равно времени, за которое регулирующий орган получит за счет интегральной составляющей такое же перемещение, как и за счет пропорциональной составляющей. По этой причине T_u иногда называют временем удвоения.

Передаточная функция издромного регулятора записывается в следующем виде

$$W_p(p) = -\frac{T_u p + 1}{\delta T_u p}. \quad (4)$$

Его амплитудно-фазовая характеристика

$$W_p(i\omega) = -\frac{1}{\delta} + i \frac{1}{\delta T_u \omega} \quad (5)$$

приведена на рис. 7, б.

Наличие интегральной составляющей в законе регулирования издромного регулятора позволяет осуществлять регулирование большого числа промышленных объектов без остаточной неравномерности. Поэтому такие регуляторы получили наибольшее применение на практике (электромеханические регуляторы ЦКТИ, электронные ЭР ВТИ и ИР-130 ЦЛА, пневматические 04 и АУС, гидравлические «Теплоавтомат» и т. п.). При $T_u \rightarrow \infty$ издромный регулятор превращается в пропорциональный.

в) *Пропорциональный регулятор с введением интеграла и производной от регулируемой величины (регулятор с предварением)*. В этом регуляторе, помимо пропорциональной и интегральной составляющей, в закон регулирования вводится составляющая, пропорциональная скорости изменения регулируемой величины

$$x_p = -\frac{1}{\delta} \left(x + \frac{1}{T_u} \int_0^t x dt + T_0 x' \right). \quad (6)$$

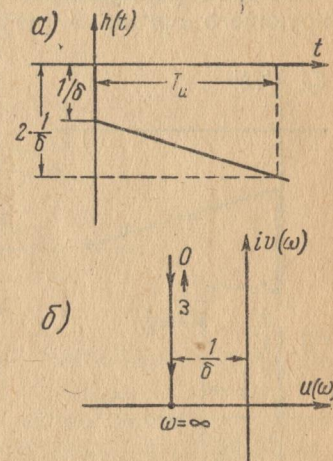


Рис. 7

Постоянная T_0 , характеризующая долю составляющей от производной x' , называется временем предварения.

Продифференцировав формулу (6), можно получить другую запись закона регулирования

$$x_p' = -\frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{T_u} x + x' + T_0 x'' \right). \quad (6-a)$$

Из этой формулы следует, что скорость перемещения регулирующего органа в регуляторе с предварением пропорциональна сумме отклонения, скорости изменения и ускорения регулируемой величины.

Переходная функция $h(t)$ идеального регулятора с предварением приведена на рис. 8, а. Ее отличие от переходной функции изодромного регулятора заключается в том, что при $t=0$ она обращается в бесконечность.

Передаточная функция регулятора с предварением записывается в виде

$$W_p(p) = -\frac{T_0 T_u p^2 + T_u p + 1}{\delta T_u p}. \quad (7)$$

Его амплитудно-фазовая характеристика

$$W_p(i\omega) = -\frac{1}{\delta} + i \frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{T_u \omega} - T_0 \omega \right) \quad (8)$$

приведена на рис. 8, б.

Введение эффекта предварения позволяет значительно улучшить качество регулирования. В отечественных конструкциях регуляторов устройств для ввода предварения предусмотрены, например, в регуляторах ЭРТ ВТИ и пневматической системе АУС.

При $T_0=0$ регулятор превращается в изодромный; при $T_0=0$ и $T_u \rightarrow \infty$ — в пропорциональный.

§ 2. Требования, предъявляемые к качеству работы систем автоматического регулирования тепловых процессов

В процессе настройки регулятора имеется возможность изменять только численные значения параметров настройки

регулятора. Поэтому постановка задачи при расчете настройки регулятора может формулироваться в следующем виде.

По известным динамическим характеристикам регулируемого участка * найти такие численные значения параметров настройки регулятора (закон регулирования которого в общем виде известен), при которых качество работы системы будет в определенном смысле наилучшим. Качество работы системы регулирования обычно определяется видом ее переход-

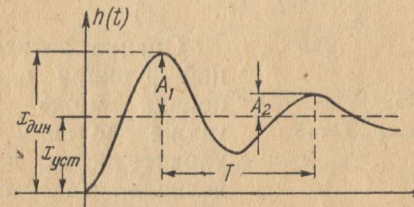


Рис. 9

ной функции (реакцией системы на единичное ступенчатое воздействие).

К переходной функции системы предъявляются требования достаточного ее затухания, допустимого отклонения регулируемой величины в динамике $x_{дин}$ и статике $x_{уст}$ достаточно быстрого окончания переходного процесса (рис. 9). Поскольку при наладке регулятора закон регулирования остается неизменным, то, как правило, изменение параметров настройки регулятора меняет одновременно все указанные показатели качества системы, то есть эти показатели являются взаимосвязанными. Поэтому при заданной конструкции регулятора невозможно требовать, чтобы после наладки все указанные показатели качества приняли заданную заранее величину, так как удовлетворение одному из них приводит к некоторому определенному значению других. При расчете систем регулирования тепловых процессов прежде всего ориентируются на выполнение условия заданного затухания переходного процесса.

Затухание переходного процесса численно определяется величиной его степени затухания. Для системы второго по-

* Можно также ориентироваться на динамические характеристики системы регулирования, снятые при известной настройке регулятора (см. §§ 9, 10, 11).

рядка, дифференциальное уравнение которой записывается в виде

$$T_2^2 x''_{вх} + T_1 x'_{вх} + x_{вх} = x_{вх}, \quad (9)$$

степень затухания переходного процесса равна отношению разности двух соседних амплитуд колебаний, направленных в одну сторону, к первой из них (рис. 9).

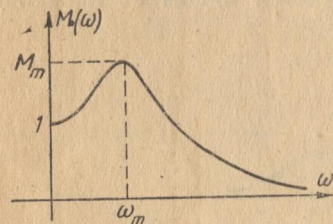


Рис. 10

$$\psi = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = 1 - \frac{A_2}{A_1}. \quad (10)$$

Оценка затухания переходной функции системы второго порядка может производиться также по виду ее частотных характеристик, в частности, по величине максимума ее амплитудно-частотной характеристики

(рис. 10), выражение для которой записывается в следующем виде

$$M(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2}}. \quad (11)$$

Максимум этой характеристики имеет место, когда подкоренное выражение в знаменателе минимально. Приравняв производную от этого выражения к нулю

$$\frac{d}{d\omega} [(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2] = [T_1^2 - 2T_2^2 (1 - \omega^2 T_2^2)] 2\omega = 0,$$

найдем формулу для частоты максимума

$$\omega_m = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2}}{T_2}. \quad (12)$$

Подставив ее в (11), получим выражение для величины максимума амплитудно-частотной характеристики

$$M_m = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2}}. \quad (13)$$

В свою очередь, легко установить, что степень затухания ψ также зависит от отношения $\frac{T_1}{T_2}$. Действительно,

решение дифференциального уравнения (9) при единичном ступенчатом воздействии $x_{вх} = 1(t)$ и при комплексных корнях его характеристического уравнения определяется формулой

$$x_{вх} = 1 + e^{-\alpha t} (C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t), \quad (14)$$

где

$$\alpha = \frac{T_1}{2T_2^2}, \quad (15)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{4T_2^2 - T_1^2}}{2T_2^2}$$

— вещественная и мнимая составляющие корней характеристического уравнения

$$T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0;$$

T — период колебаний (рис. 9).

Из формулы (14) следует, что амплитуды колебаний переходной функции убывают по экспоненциальному закону, то есть каждая последующая амплитуда определяется через предыдущую, направленную в ту же сторону, соотношением

$$A_2 = A_1 e^{-\alpha T} = A_1 e^{-2\pi \frac{\alpha}{\omega}}.$$

Подставив эту формулу в (10), получим

$$\psi = 1 - e^{-2\pi m}, \quad (16)$$

где $m = \frac{\alpha}{\omega}$ — отношение вещественной и мнимой составляющих корней характеристического уравнения, получившее название коэффициента колебательности. Величина этого коэффициента полностью определяет степень затухания переходного процесса.

Учитывая формулы (15), выражение для m можно переписать в следующем виде

$$m = \frac{1}{\sqrt{4 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 - 1}}. \quad (17)$$

Определив отсюда $\frac{T_1}{T_2}$ и подставив результат в (13), получим выражение, устанавливающее связь между максиму-

мом амплитудно-частотной характеристики системы второго порядка и ее коэффициентом колебательности, а следовательно, и со степенью затухания переходного процесса

$$M_m = \frac{1 + m^2}{2m} \quad (18)$$

На рис. 11 приведен график зависимости степени затухания от величины M_m , построенный по формулам (18) и (20). Из этого графика следует, что чем больше величина макси-

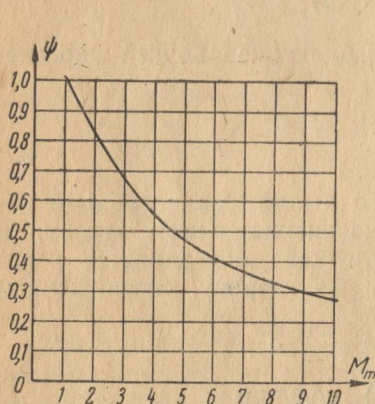


Рис. 11

мумам амплитудно-частотной характеристики системы, тем меньше степень затухания переходного процесса. В пределе при $M_m \rightarrow \infty$ переходный процесс принимает характер незатухающих колебаний.

Таким образом, расчет настройки системы регулирования второго порядка из условия заданного затухания переходного процесса может ориентироваться на выполнение требования, чтобы максимум ее амплитудно-частотной характеристики имел заранее заданную величину.

Оценим теперь формулу амплитудно-частотной характеристики $M(\omega)$ произвольной замкнутой системы автоматического регулирования по известной ее амплитудно-фазовой характеристике $W(i\omega)$ в разомкнутом состоянии, которая приведена на рис. 12. Амплитудно-фазовая характеристика замк-

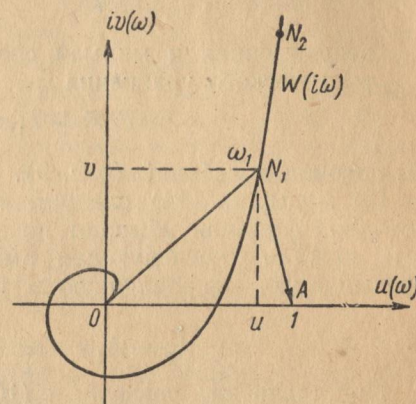


Рис. 12

нутой системы связана с амплитудно-фазовой характеристикой разомкнутой системы следующим соотношением

$$\Phi(i\omega) = \frac{W(i\omega)}{1 - W(i\omega)} \quad (19)$$

Следовательно, амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы может быть записана так:

$$M(\omega) = \frac{|W(i\omega)|}{|1 - W(i\omega)|} \quad (20)$$

Рассмотрим теперь на амплитудно-фазовой характеристике разомкнутой системы некоторую точку N_1 для частоты ω_1 . Длина вектора $W(i\omega_1)$ равна отрезку ON_1 . Вектор $1 - W(i\omega_1)$ есть вектор, проведенный из точки N_1 в точку 1, $i0$, расположенную на вещественной оси; его длина равна $|1 - W(i\omega_1)|$. Следовательно, значение амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы для $\omega = \omega_1$ равно

$$M(\omega_1) = \frac{ON_1}{AN_1}$$

При малых частотах (например, точка N_2 на рис. 12), когда длина отрезка OA мала по сравнению с длинами отрезков ON и AN отношение $\frac{ON}{AN} \approx 1$, то есть при частотах, близких к нулю, амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы близка к единице.

При увеличении частоты точка N на характеристике $W(i\omega)$ перемещается по направлению стрелки вниз.

Если амплитудно-фазовая характеристика $W(i\omega)$ проходит достаточно близко от точки 1, $i0$, то в некотором диапазоне частот отношение $\frac{ON}{AN}$ может оказаться больше единицы, то есть амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы будет возрастать с ростом частоты от 0 до некоторого значения $\omega = \omega_m$. При дальнейшем увеличении частоты длина вектора ON уменьшается и в пределе при $\omega \rightarrow \infty$ стремится к нулю; длина вектора AN при этом стремится к единице, то есть амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы при $\omega(i\omega)$ стремится к нулю. Поэтому характеристика $M(\omega)$ имеет характер, показанный на рис. 10. Из приведенного рассуждения следует, что величина ее максимума зависит от расстояния, на котором происходит ампли-

тудно-фазовая характеристика разомкнутой системы от точки $1, i0$ (чем меньше это расстояние, тем больше величина максимума).

В случае, когда характеристика $W(i\omega)$ проходит через точку $1, i0$, величина максимума уходит в бесконечность. Напомним, что в соответствии с критерием Найквиста—Михайлова замкнутая система в этом случае находится на границе устойчивости, то есть в ней возникают незатухающие колебания. При достаточно большом удалении характеристики $W(i\omega)$ от точки $1, i0$, когда отношение $\frac{ON}{AN}$ при всех частотах остается меньше единицы, амплитудно-частотная характеристика максимума не имеет и с ростом частоты монотонно уменьшается.

Таким образом, амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы регулирования подобна характеристике системы второго порядка, приведенной на рис. 10.

Допустим теперь, что имеется характеристика $M(\omega)$ некоторой замкнутой системы регулирования, максимум которой равен M_m . Заменим ее характеристикой системы второго порядка (11), так чтобы максимумы обеих характеристик совпадали. Тогда обе характеристики будут достаточно близко совпадать в существенном диапазоне частот и, следовательно, будут близки и переходные процессы в обеих системах. Поэтому по величине максимума M_m амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы можно с достаточной для практики* точностью оценить затухание переходного процесса, используя графики, приведенные на рис. 11.

На основании изложенного можно утверждать следующее.

Регулятор имеет оптимальную, с точки зрения необходимого затухания переходного процесса, настройку, если максимум амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы имеет заданную величину.

Обычно в практике регулирования производственных процессов требуется, чтобы степень затухания переходного процесса была не ниже 0,75. В дальнейшем расчеты будут ориентированы на величину максимума $M_m=2$, что в соответствии с графиком рис. 8 обеспечит степень затухания $\Psi=0,83$.

Для определения численной зависимости между амплитудно-фазовой характеристикой разомкнутой системы $W(i\omega)$ и амплитудно-частотной характеристикой замкнутой сис-

темы $M(\omega)$ найдем геометрическое место точек на комплексной плоскости, удовлетворяющее условию

$$\frac{|W(i\omega)|}{|1 - W(i\omega)|} = M = \text{const.}$$

Из рис. 12 следует

$$\frac{|W(i\omega)|}{|1 - W(i\omega)|} = \frac{ON}{AN},$$

$$ON^2 = u^2 + v^2,$$

$$AN^2 = (1-u)^2 + v^2,$$

то есть

$$M = \frac{ON}{AN} = \sqrt{\frac{u^2 + v^2}{(1-u)^2 + v^2}}.$$

Из этой формулы после некоторых преобразований получаем

$$u^2 + v^2 - 2 \frac{M^2}{M^2 - 1} u + \frac{M^2}{M^2 - 1} = 0. \quad (21)$$

Это уравнение окружности с центром, расположенным на вещественной оси, на расстоянии

$$u_0 = \frac{M^2}{M^2 - 1} \quad (22)$$

от начала координат и с радиусом

$$R_0 = \frac{M}{M^2 - 1}. \quad (23)$$

Семейство этих окружностей для нескольких значений M приведено на рис. 13. Полученная диаграмма позволяет легко построить амплитудно-частотную характеристику замкнутой системы, так как ее значение при какой-либо частоте ω равно индексу M окружности, которую пересекает амплитудно-фазовая характеристика при этой частоте.

Из рис. 13 также видно, что максимум амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы равен индексу окружности, которой касается характеристика $W(i\omega)$. Поэтому сформулированный в предыдущем параграфе критерий качества равноценен следующему критерию.

Регулятор имеет оптимальную с точки зрения затухания переходного процесса настройку, если амплитудно-фазовая

характеристика разомкнутой системы касается окружности с заданным индексом M (рис. 13).

В частности при $M=2$ [см. формулы (22) и (23)] эта окружность должна иметь радиус $R_0 = \frac{2}{3}$; центр, расположенный на расстоянии $u_0 = \frac{4}{3}$ от начала координат.

Заметим, что «опасная» точка $1, i0$, при охвате которой амплитудно-фазовой характеристикой $W(i\omega)$, система теряет

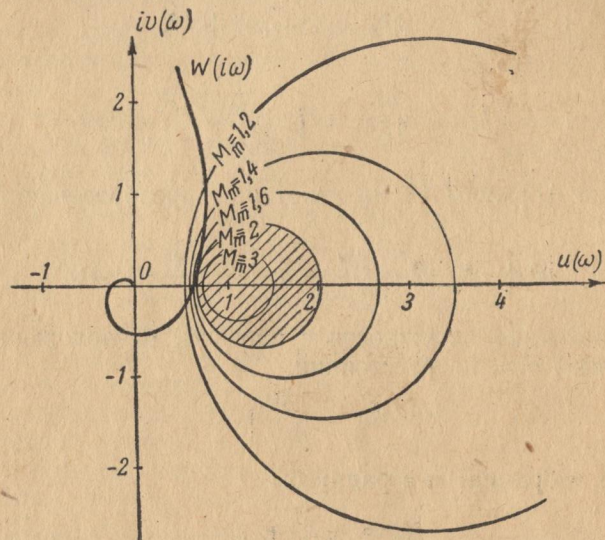


Рис. 13

устойчивость, находится внутри области, очерченной окружностью с заданным индексом M . Поэтому при выполнении указанного критерия имеется гарантия, что характеристика $W(i\omega)$ не пойдет внутрь этой «запретной» зоны (на рис. 13 заштрихована) и что, следовательно, система будет иметь определенный запас устойчивости.

Обычно в системах с регуляторами, число параметров настройки которых больше одного, заданное затухание переходного процесса можно получить при целом ряде их комбинаций. В этом случае под оптимальной комбинацией принимается та, для которой площадь переходного процесса имеет

наименьшее значение. Для неколебательного переходного процесса эта площадь равна интегралу

$$I = \int_0^{\infty} h(t) dt, \quad (24)$$

который может быть представлен в следующем виде

$$\int_0^{\infty} h(t) dt = \frac{1}{p} \lim_{p \rightarrow 0} p \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt. \quad (25)$$

Выражение, стоящее под знаком предела, является изображением по Карсону переходной функции системы, то есть передаточной функцией замкнутой системы

$$p \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt = \Phi(p) = \frac{W_0(p)}{1 - W_0(p) W_p(p)}.$$

Подставив это выражение в (25) и учтя формулу (7), получим

$$I = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \cdot \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p) \frac{T_0 T_u p^2 + T_u p + 1}{\delta T_u p}} = \delta T_u. \quad (26)$$

Отсюда следует, что оптимальная комбинация параметров настройки регулятора дает минимальное произведение степени неравномерности на время изодрома, если только переходной процесс имеет неколебательный характер. Этот вывод можно распространить также на случай малокосильных процессов при $\Psi > 0,8$, для которых отрицательные площади площади регулирования имеют незначительную величину по сравнению с положительными.

В дальнейшем расчеты настроек регуляторов будут ориентироваться на следующий критерий качества.

Настройка регулятора оптимальна, если переходной процесс в системе, вызванной единичным ступенчатым основным возмущающим воздействием, имеет минимальную площадь при условии, что амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы касается окружности с заданным индексом M .

После определения настройки, удовлетворяющей этому критерию, следует добавочно (аналитически или экспериментально) определить вид переходного процесса при действии на регулируемый участок главнейших внешних возмущений.

§ 3. Расчет настройки регуляторов по амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка

а) Расчет настройки пропорционального регулятора

Для расчета необходимо располагать основной амплитудно-фазовой характеристикой регулируемого участка.

Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с пропорциональным регулятором имеет следующий вид

$$W(i\omega) = W_p(i\omega) W_0(i\omega) = -\frac{1}{\delta} W_0(i\omega). \quad (27)$$

Из этой формулы следует, что для построения амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы по амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка следует каждый вектор последней умножить на $\frac{1}{\delta}$ и повернуть на угол 180° . Для упрощения расчетов в дальнейшем характеристики регуляторов будут приниматься со знаком «плюс». Это избавит нас от необходимости производить дополнительный поворот векторов на угол 180° . «Опасной» точкой, при охвате которой система потеряет устойчивость, теперь уже будет точка $-1, i0$. Соответственно, центры окружностей равной колебательности будут располагаться не на вещественной положительной полуоси (как это изображено на рис. 13), а на отрицательной вещественной полуоси.

Из формулы (27) следует, что при таком выборе знака характеристики регулятора амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с пропорциональным регулятором совпадает с характеристикой регулируемого участка, если только степень неравномерности регулятора равна единице.

При значении δ больше единицы каждый вектор характеристики участка уменьшается в δ раз, то есть амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с увеличением δ как бы «сжимается». Наоборот, при степени неравномерности δ меньше единицы эта характеристика «разбухает», так что при достаточно малом δ она может охватить точку $-1, i0$. Отсюда следует, что уменьшение степени неравномерности пропорционального регулятора ведет к ухудшению устойчивости замкнутой системы. Оптимальным значением δ будет такая ее величина, при которой характеристика разомкнутой системы будет касаться окружности равной колебательности с заданным индексом M .

Поэтому определение оптимального значения степени неравномерности регулятора δ_{opt} может производиться в следующей последовательности:

1. Строится амплитудно-фазовая характеристика регулируемого участка $W_0(i\omega)$ и чертится окружность равной колебательности для заданного M (рис. 14). Радиус этой окруж-

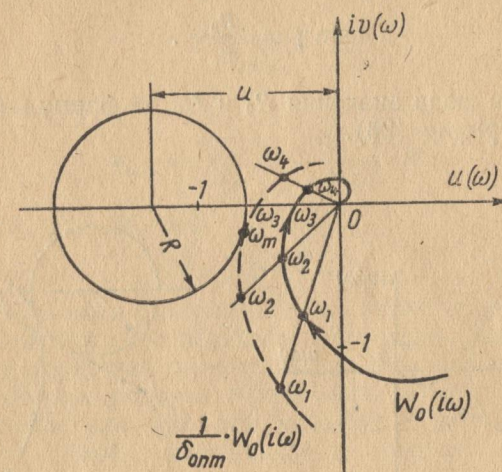


Рис. 14

ности и расстояние ее центра от начала координат определяются по формулам (22) и (23).

2. По характеристике $W_0(i\omega)$ умножением нескольких векторов ее на $\frac{1}{\delta}$ строится семейство характеристик

$$W(i\omega) = \frac{1}{\delta} W_0(i\omega)$$

для нескольких значений $\delta_1, \delta_2, \dots$; значение δ , для которого характеристика $W(i\omega)$, окажется касательной к окружности и является оптимальным*.

Расчет можно значительно упростить, если обратить внимание на то, что окружность с индексом M касается пря-

* Из построения рис. 14 следует, что для расчета необходимо иметь только часть характеристики регулируемого участка, расположенную в третьем квадрате комплексной плоскости.

мой OE (рис. 15), проведенной из начала координат под углом

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{M} \quad (28)$$

к отрицательной вещественной полуоси.

Действительно, из рис. 15 следует

$$\sin \gamma = \frac{R_0}{u_0}.$$

Подставив сюда значения R_0 и U_0 из формул (22) и (23), приходим к формуле (28).

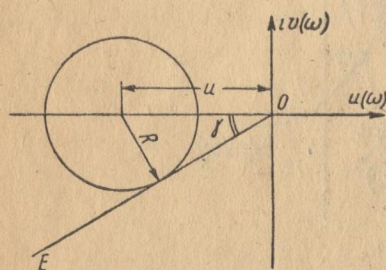


Рис. 15

Таким образом, при оптимальном значении степени неравномерности, окружность равной колебательности касается одновременно линии OE и характеристики

$$W(i\omega) = \frac{1}{\delta_{opt}} W_0(i\omega).$$

Поэтому расчет можно производить в следующем порядке:

1. В пределах третьего квадранта комплексной плоскости строится амплитудно-фазовая характеристика $W_0(i\omega)$ и из начала координат под углом $\gamma = \arcsin \frac{1}{M}$ проводится прямая OE (в частности, для $M=2$ $\gamma=30^\circ$).

2. Чертится окружность с центром на вещественной отрицательной полуоси, касательная одновременно к этой характеристике и прямой OE (рис. 16).

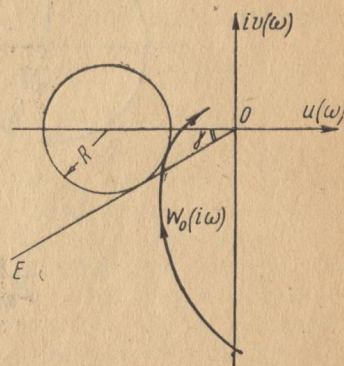


Рис. 16

В общем случае радиус полученной окружности R будет отличаться от его оптимального значения R_0 , определяемого формулой (23). Для того, чтобы он стал равным этому значению, характеристику $W_0(i\omega)$ следует умножить на $\frac{1}{\delta_{opt}}$, причем величина δ_{opt} определяется из очевидного соотношения

$$R \frac{1}{\delta_{opt}} = R_0.$$

Откуда находим

$$\delta_{opt} = \frac{R}{R_0} = \frac{M_m^2 - 1}{M_m} R. \quad (29)$$

В частности, для $M_m=2$

$$\delta_{opt} = 1,5 R. \quad (30)$$

Таким образом, оптимальное значение степени неравномерности, при котором величина максимума амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы равна двум, в полтора раза больше радиуса окружности, касательной одновременно к амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка и к прямой, проведенной из начала координат под углом 30° к вещественной отрицательной полуоси.

б) Расчет настройки изодромного регулятора ПИ

Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с изодромным регулятором [см. формулу (5)]

$$W(i\omega) = \frac{1}{\delta} \frac{1 + i\omega T_u}{i\omega T_u} W_0(i\omega), \quad (31)$$

может быть представлена в следующем виде

$$W(i\omega) = \frac{1}{\delta} W_1(i\omega), \quad (32)$$

где

$W_1(i\omega) = \frac{1 + i\omega T_u}{i\omega T_u} W_0(i\omega)$ — амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы при $\delta=1$.

Из сравнения формул (32) и (27) можно сделать вывод, что значение степени неравномерности δ , обеспечивающее заданную величину M при установке в регуляторе некоторого значения времени изодрома T_u , определяется величиной ра-

диуса окружности, касательной одновременно к амплитудно-фазовой характеристике $W_1(i\omega)$ и прямой OE , проведенной из начала координат под углом $\gamma = \arcsin \frac{1}{M}$ к отрицательной вещественной полуоси. Поэтому расчет можно производить в следующей последовательности:

1. По амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка строится семейство характеристик $W_1(i\omega)$ для нескольких фиксированных значений времени изодрома T_u . Это

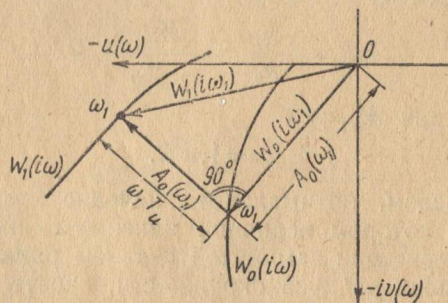


Рис. 17

построение легко производится графически, если представить формулу (32) для $W_1(i\omega)$ в следующем виде

$$W_1(i\omega) = W_0(i\omega) - i \frac{W_0(i\omega)}{\omega T_u}.$$

Из этой формулы следует, что для построения вектора характеристики $W_1(i\omega_k)$ для некоторой частоты ω_k , следует к вектору $W_0(i\omega_k)$ характеристики регулируемого участка для этой частоты добавить вектор длиной

$$\Delta A(\omega_k) = \frac{A_0(\omega_k)}{\omega_k T_u},$$

повернутый на угол 90° по часовой стрелке относительно вектора $W_0(i\omega_k)$ (рис. 17), где $A_0(\omega_k)$ — длина вектора характеристики регулируемого участка.

Производя такое построение для нескольких частот и соединив затем полученные точки плавной кривой, можно построить амплитудно-фазовую характеристику $W_1(i\omega)$ для выбранного значения T_u . Аналогичные построения произво-

дятся для нескольких других значений T_u , в результате чего получается искомое семейство характеристик $W_1(i\omega)$.

Практически указанные построения рекомендуется выполнять в следующем порядке:

а) На амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка выбирается какая-нибудь точка A , соответствующая некоторой частоте ω_1 (рис. 18). Эта точка соединяется с нача-

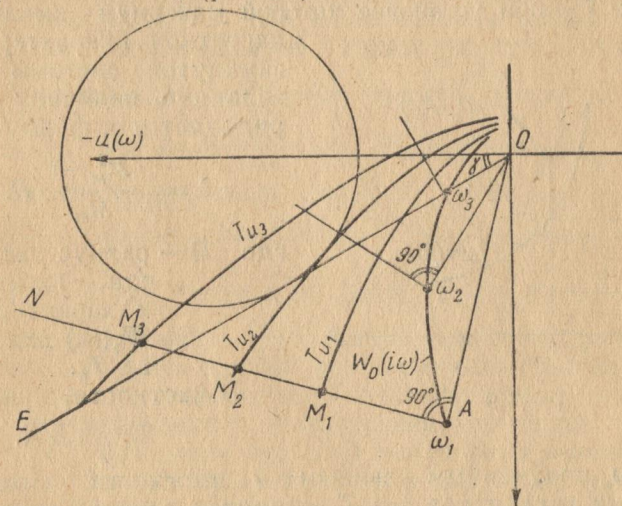


Рис. 18

лом координат отрезком OA , к которому в точке A восстанавливается перпендикуляр AN .

б) Измеряется длина отрезка OA в мм и на логарифмической линейке устанавливается бегунок на делении $\frac{OA}{\omega_1}$.

в) Задаваясь различными значениями T_u , вычисляют величину $\Delta A = \frac{OA}{\omega_1 T_u}$, откладывая после каждого вычисления отрезки $\Delta A = AM$ на перпендикуляре AN (размерность T_u должна быть согласована с размерностью ω : если ω взято в сек $^{-1}$, то T_u следует брать в сек.).

Аналогичные построения производятся для нескольких других точек амплитудно-фазовой характеристики регулируемого участка $W_0(i\omega)$ (для тех же T_u), после чего точки на перпендикулярах AN , соответствующие одинаковым значениям T_u , соединяются плавными кривыми.

2. Чертятся окружности с центрами, расположенными на отрицательной вещественной полуоси, касательные одновременно к линии OE и к каждой из характеристик $W_1(i\omega)$ (на рис. 18, чтобы не затемнять чертежа, построена только одна окружность, касательная к характеристике $W_1(i\omega)$ для $T_u = T_{u2}$).

Значение степени неравномерности δ для каждого из выбранных T_u , при установке которой максимум амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы имеет заданную величину M , определяется из формулы (29).

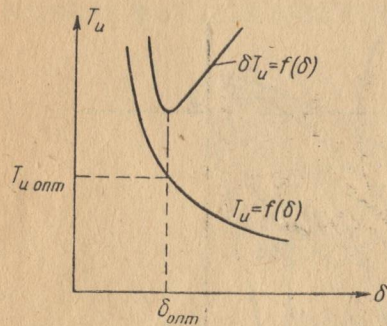


Рис. 19

$$\delta = \frac{M_m^2 - 1}{M_m} R,$$

где R — радиус окружности, касательной к характеристике $W_1(i\omega)$ для данного T_u .

В частности, при $M_m = 2$
 $\delta = 1,5 R$.

3. По полученным данным в плоскости параметров настройки регулятора δ и T_u строится кривая равной величины M $T_u = f(\delta)$, типовой вид которой приведен на рис. 19.

Любая комбинация параметров настройки δ и T_u , принадлежащая этой кривой, дает заданную колебательность переходного процесса. Из них оптимальной является такая, для которой, в соответствии с формулой (26), произведение δT_u минимально.

Для определения величины δ , при котором выполняется это условие, рекомендуется построить вспомогательную кривую зависимости $\delta T_u = f(\delta)$.

в) Расчет настройки изодромного регулятора с предварением ПЧД

Рассмотренный в предыдущем параграфе расчет наглядно показывает, что введение интегральной составляющей в закон регулирования приближает амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы к «опасной» точке $-1, i0$ прежде всего за счет добавочного отставания по фазе. Это

приводит к необходимости увеличения степени неравномерности регулятора, что нежелательно с точки зрения величины площади регулирования [см. формулу (26)].

Указанное отставание по фазе в изодромных регуляторах с предварением компенсируется введением составляющей, пропорциональной производной от регулируемой величины. Как видно из формулы (8), отрицательная мнимая составляющая амплитудно-фазовой характеристики регулятора

$\frac{1}{\omega T_u}$, обусловленная введением времени изодрома, здесь уменьшается на величину ωT_0 . При $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_0 T_u}}$ имеет место полная компенсация мнимой составляющей; при $\omega > \frac{1}{\sqrt{T_0 T_u}}$ амплитудно-фазовая характеристика получа-

ет добавочное опережение по фазе; при $\omega < \frac{1}{\sqrt{T_0 T_u}}$, как и в случае изодромного регулятора, имеется добавочное отставание по фазе, однако его величина меньше, чем для изодромного регулятора. Таким образом, с точки зрения получения большого опережения по фазе следует стремиться к возможно большей величине времени предварения T_0 . Однако следует иметь в виду, что при этом амплитудно-фазовая характеристика регулятора увеличивается по модулю, что может не только свести на нет выгоды, получаемые от опережения по фазе, но и ухудшить качество регулирования.

Ориентировочный выбор оптимальной величины T_0 может быть произведен из следующих соображений.

При неколебательном характере переходного процесса система автоматического регулирования приближается по своим свойствам к так называемой предельной системе, передаточная функция которой

$$\Phi_{np}(p) = - \frac{1}{W_p(p)}, \quad (33)$$

определяется только передаточной функцией регулятора. Подставив в последнюю формулу выражение для $W_p(p)$ из (8), получим

$$\Phi_{np}(p) = \frac{\delta T_u p}{T_0 T_u p^2 + T_u p + 1}. \quad (34)$$

Наиболее быстрое протекание неколебательного переходного процесса в системе второго порядка имеет место в случае, когда ее характеристическое уравнение

$$T_0 T_u p^2 + T_u p + 1 = 0$$

имеет два равных вещественных корня, то есть при выполнении условия

$$n = \frac{T_0}{T_u} = 0,25. \quad (35)$$

Поэтому расчет в общем случае следует производить для нескольких значений n , близких к $n=0,25$. Оптимальное значение n соответствует минимуму произведения δT_u .

С учетом формулы (35) амплитудно-фазовая характеристика регулятора с предварением (8) записывается в следующем виде

$$W_p(i\omega) = -\frac{1}{\delta} \left[1 - i \left(\frac{1}{\omega T_u} - n \omega T_u \right) \right]. \quad (36)$$

При фиксированной величине n регулятор с предварением, как и изодромный, имеет только два независимых параметра настройки δ и T_u . Поэтому расчет настройки этого регулятора принципиально ничем не отличается от расчета настройки изодромного регулятора. Отличие заключается только в том, что при построении характеристик $W_1(i\omega)$ на перпендикулярах AN (рис. 18) следует откладывать отрезки AM длиной

$$\Delta A(\omega) = \frac{A_0(\omega)}{\omega T_u} - n A_0(\omega) \omega T_u. \quad (37)$$

Кроме того, амплитудно-фазовую характеристику регулируемого участка следует строить в пределах второго и третьего квадрантов комплексной плоскости.

Следует отметить, что конструкция электронного регулятора ЭРТ не позволяет установить величину n больше $\frac{1}{6} \approx 0,17$. Поэтому при расчете настройки этого регулятора в формуле (37) следует подставлять $n=0,17$.

г) Пример расчета

В качестве примера произведем расчет настройки регулятора давления, перегретого пара котла ТП-170, основная амплитудно-фазовая характеристика которого была приведена на рис. 6.

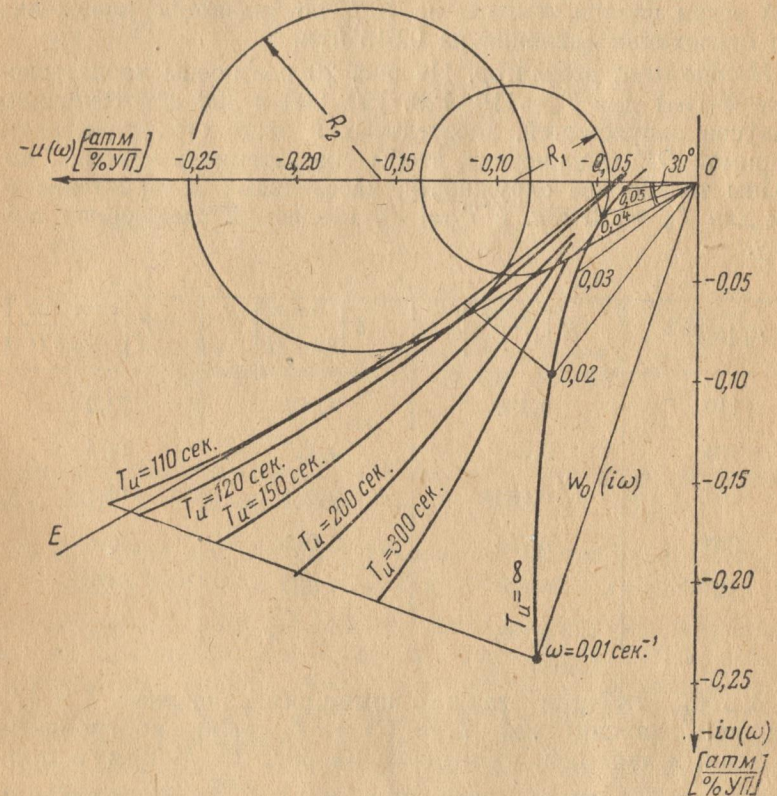


Рис. 20

Пропорциональный регулятор. Радиус окружности R_1 (рис. 20), касательной одновременно к характеристике $W_0(i\omega)$ и прямой OE , проведенной под углом $\gamma=30^\circ$ к отрицательной вещественной полуоси, равен $R_1=0,045 \frac{\text{атм}}{\% \text{ УП}}$.

Поэтому оптимальное значение $\delta_{опт}$, вычисленное по формуле (30)

$$\delta_{опт} = 1,5 \cdot 0,045 = 0,0675 \frac{\text{атм}}{\% \text{ УП}}$$

Иначе говоря, регулятор должен переместить регулирующий орган подачи топлива на 10% по указателю положения при отклонении давления на 0,615 атм.

Изодромный регулятор. На рис. 20 построены характеристики $W_1(i\omega)$ для $T_u=110, 120, 150, 200$ и 300 сек. Величины радиусов окружностей, касательных к этим характеристикам и прямой OE (на рисунке, чтобы не затемнять чертежа, показаны только две окружности, касательные к характеристикам для $T_u=120$ сек. и $T_u=\infty$), сведены в следующую таблицу.

T_u [сек]	$R \left[\frac{\text{атм}}{\% \text{ УП}} \right]$	$\delta \left[\frac{\text{атм}}{\% \text{ УП}} \right]$	$\delta T_u \left[\frac{\text{атм} \cdot \text{сек}}{\% \text{ УП}} \right]$
110	0,135	0,202	22,2
120	0,08	0,12	14,4
150	0,0625	0,094	14,1
200	0,055	0,083	16,6
300	0,05	0,015	22,5
	0,045	0,0675	∞

В этой таблице также помещены значения δ и δT_u . Графики зависимостей $T_u=f(\delta)$ и $\delta T_u=f(\delta)$, построенные по данным таблицы, приведены на рис. 21. Минимум произведения δT_u имеет место при $\delta=0,1 \frac{\text{атм}}{\% \text{ УП}}$. Этой степени неравномерности соответствует на кривой равной колебательности $T_u=140$ сек.

Таким образом, оптимальная настройка изодромного регулятора

$$\delta_{опт} = 0,1 \frac{\text{атм}}{\% \text{ УП}} \text{ и } T_{uопт} = 140 \text{ сек.}$$

Иначе говоря, регулятор должен быть настроен так, чтобы при ступенчатом изменении давления на 1 атм регулирующий орган быстро переместился на 10% по указателю поло-

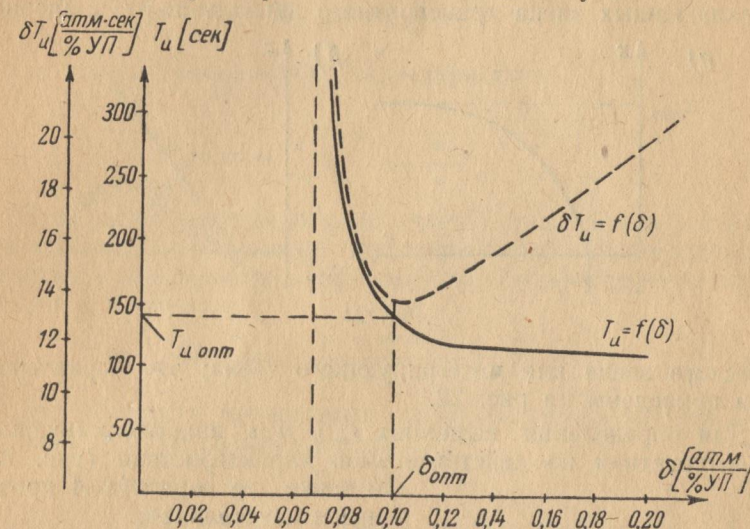


Рис. 21

жения, а затем, двигаясь с постоянной скоростью, переместился еще на 10% за время 140 сек (см. рис. 7,а).

§ 4. Расчет настройки регуляторов по приближенной характеристике разгона регулируемого участка

Инженерных методов точного расчета настроек регуляторов по характеристикам разгона (переходным функциям) регулируемого участка пока не имеется. Объясняется это прежде всего тем, что связь между переходными функциями замкнутой и разомкнутой систем определяется значительно сложнее, чем между их амплитудно-фазовыми характеристиками. Поэтому при расчетах настроек по характеристикам разгона регулируемого участка их обычно предварительно заменяют (аппроксимируют) достаточно точной характеристикой, аналитическая запись которой имеет простой вид.*

* Такие методы расчета часто оказываются непригодными для расчета настроек регуляторов с предварением. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся распространением этих методов только на расчет настроек статических и изодромных регуляторов.

В практике расчетов наибольшее распространение получила замена характеристики разгона, типовой вид которой приведен на рис. 4, характеристикой разгона последовательно включенных звена транспортного запаздывания и аперии-

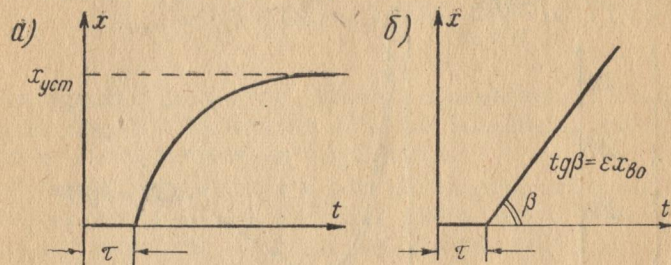


Рис. 22

дического звена или интегрирующего звена; эти характеристики приведены на рис. 22.

Для определения величины ϵ , ρ и τ аппроксимирующей характеристики по действительной характеристике (рис. 23) к точке ее перегиба A проводится касательная.

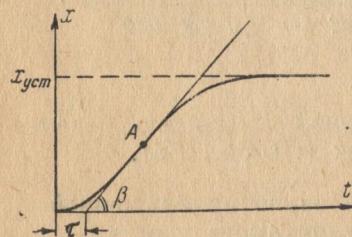


Рис. 23

Значение τ определяется, как указано на рис. 23; значение ϵ и ρ вычисляются по формулам

$$\epsilon = \frac{\operatorname{tg} \beta}{x_{\delta 0}},$$

$$\rho = \frac{x_{\delta 0}}{x_{уст}},$$

где $x_{\delta 0}$ — величина ступенчатого возмущения, при котором определялась характеристика разгона;

$\operatorname{tg} \beta$ — максимальная скорость изменения регулируемой величины.

При величине $\epsilon \rho \tau \leq 0,15$, что обычно чаще всего встречается на практике, явлением самовыравнивания можно пренебречь и характеристика разгона регулируемого участка в том случае также может быть заменена характеристикой последовательно включенных интегрирующего звена и звена транспортного запаздывания (рис. 22,б). Рассмотрением этого случая мы и ограничимся.

При указанной замене передаточная функция регулируемого участка записывается приближенно в виде

$$W_0(p) = \frac{\epsilon}{p} e^{-p\tau},$$

а его амплитудно-фазовая характеристика

$$W_0(i\omega) = \frac{\epsilon}{i\omega} e^{-i\omega\tau} = \frac{\epsilon}{\omega} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \omega\tau\right)}. \quad (38)$$

Если регулирование осуществляется изодромным регулятором с амплитудно-фазовой характеристикой (4), амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы записывается следующим образом

$$W(i\omega) = -\frac{\epsilon}{i\omega} \frac{1 + i\omega T_u}{i\omega T_u \delta} e^{-i\omega\tau}. \quad (39)$$

Для общности приводимых ниже расчетов запишем ее в функции относительной частоты

$$\Omega = \omega\tau, \quad (40)$$

для чего в (39) следует произвести замену $\omega = \frac{\Omega}{\tau}$.

$$W(i\Omega) = -\frac{\epsilon\tau}{\delta} \frac{1 + i\Omega \frac{T_u}{\tau}}{i\Omega \frac{T_u}{\tau}} \frac{e^{-i\Omega}}{i\Omega},$$

или, обозначив

$$A = \frac{\delta}{\epsilon\tau}, \quad (41)$$

$$B = \frac{T_u}{\tau},$$

окончательно получим

$$W(i\Omega) = -\frac{1}{A} \frac{1 + iB\Omega}{i\Omega B} \frac{e^{-i\Omega}}{i\Omega}. \quad (42)$$

Таким образом, разомкнутая система может быть представлена как последовательное соединение регулируемого участка с амплитудно-фазовой характеристикой

$$(W_0(i\Omega) = \frac{e^{-i\Omega}}{i\Omega}$$

и изотропного регулятора

$$W_p(i\Omega) = - \frac{1}{A} \frac{1 + i\Omega B}{i\Omega B},$$

в котором роль времени изотропа играет коэффициент B , а роль степени неравномерности коэффициент A . Поэтому определение оптимальных значений A и B может быть произведено методом, изложенным в § 5.

Произведя такой расчет, получаем следующие оптимальные значения коэффициентов A и B для $M=2$

$$A_{opt} = 1,8, \quad (43)$$

$$B_{opt} = 3,5. \quad (43)$$

Подставив эти числа в (41), получим приближенные формулы для настройки изотропного регулятора по известным ε и τ

$$\delta_{opt} = 1,8 \varepsilon, \quad (44)$$

$$T_{u opt} = 3,5 \tau.$$

Для пропорционального регулятора ($T_u = \infty$) оптимальная настройка определяется формулой *

$$\delta_{opt} = 1,1 \varepsilon. \quad (45)$$

Если величина $\varepsilon\tau > 0,15$, то результаты, получаемые по этим формулам, могут существенно отличаться от оптимальных. В этом случае рекомендуется воспользоваться формулами, приведенными в книге Миронова В. Д. и Стефани Е. П. «Электронные автоматические регуляторы тепловых процессов», ГЭИ, 1955 г.

а) Для пропорционального регулятора

$$\delta_{opt} \approx \frac{2,6}{\rho} \frac{\varepsilon\tau - 0,08}{\varepsilon\tau + 0,6}.$$

* В литературе часто приводятся другие численные значения коэффициентов A и B в этих формулах: для пропорционального регулятора

$$\delta_{opt} = \varepsilon,$$

для изотропного

$$\delta_{opt} = 1,1 \varepsilon; \quad T_{u opt} = 3,5 \tau.$$

Такое значение коэффициентов имеет место при ориентировке расчета на $\psi = 0,75$.

б) Для изотропного регулятора

$$T_{u opt} \approx \frac{0,8}{\varepsilon\tau} \tau,$$

$$\delta_{opt} \approx \frac{2,6}{\rho} \frac{\varepsilon\tau - 0,08}{\varepsilon\tau + 0,6}.$$

§ 5. Расчет настройки регуляторов по приближенной амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка

Рассмотренный выше в § 3 метод расчета настроек регуляторов показывает, что основной интерес для расчета представляет часть амплитудно-фазовой характеристики регулируемого участка, расположенная вблизи пересечения ее с отрицательной вещественной полуосью. Поэтому для приближенной настройки изотропных и пропорциональных регуляторов часто можно ограничиться определением только величины амплитудно-фазовой характеристики регулируемого участка в точке пересечения ее с этой полуосью, предполагая, что при остальных частотах, имеющих существенный интерес для расчета, эта характеристика мало отличается от характеристики (38).

Экспериментальное определение частоты и модуля амплитудно-фазовой характеристики регулируемого участка, при которой она пересекается с отрицательной вещественной полуосью (то есть ее фазовый угол равен -180°) производится следующим образом.

Устанавливается равновесный режим работы регулируемого участка, после чего регулирующий орган быстро перемещается на величину $+a$ (точка 1 на рис. 24). В результате этого через некоторое время регулируемая величина x начнет возрастать. В этот момент следует произвести быстрое перемещение регулирующего органа на величину $-a$ в противоположную сторону (точка 2 на рис. 24). Дождавшись пока регулируемая величина вновь пересечет линию заданного значения, вновь перемещают регулирующий орган на величину $+a$ (точка 3 на рис. 24) и т. д. В результате через несколько таких перемещений на выходе регулируемого участка возникнут незатухающие колебания * с периодом $T_{кр}$ и амплитудой A . Нетрудно видеть, что эти колебания нахо-

* Обычно эти колебания близки к гармоническим.

дятся в противофазе с первой гармоникой входных колебаний, амплитуда которых определяется выражением

$$A_p = \frac{4}{\pi} a = 1,27 a. \quad (46)$$

Поэтому вектор амплитудно-фазовой характеристики регулируемого участка для частоты

$$\omega_{кр} = \frac{2\pi}{T_{кр}}, \quad (47)$$

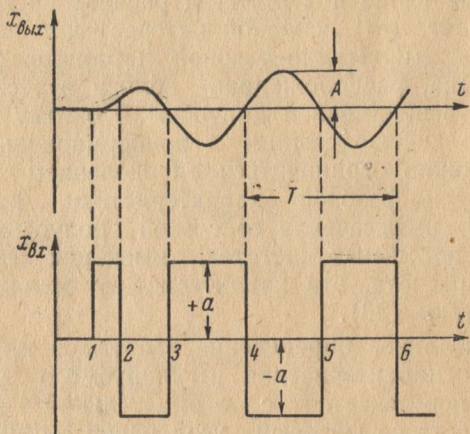


Рис. 24

располагается вдоль отрицательной вещественной полуоси и его модуль равен

$$M_0(\omega_{кр}) = \frac{\pi A}{4a} = \frac{A}{1,27 a}. \quad (48)$$

Амплитудно- и фазо-частотная характеристики регулируемого участка с амплитудно-фазовой характеристикой (38) записываются в следующем виде

$$M_0(\omega) = \frac{\varepsilon}{\omega},$$

$$\varphi_0(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \omega\tau. \quad (49)$$

При частоте $\omega_{кр}$ $\varphi_0(\omega_{кр}) = -\pi$, следовательно,

$$\pi = \frac{\pi}{2} + \omega_{кр} \tau,$$

то есть

$$\tau = \frac{\pi}{2\omega_{кр}} = \frac{T_{кр}}{4}. \quad (50)$$

Из формул (48) и (49) также находим

$$\frac{\varepsilon}{\omega_{кр}} = \frac{\pi A}{4a}$$

или

$$\varepsilon = \frac{\pi A \omega_{кр}}{4a} = \frac{\pi^2 A}{2a T_{кр}} = 4,94 \frac{A}{a T_{кр}}. \quad (51)$$

Подставив выражения для ε и τ (50) и (51) в формулы для оптимальной настройки изодромного регулятора (44), получим

$$\delta_{опт} \approx 2,2 \frac{A}{a}, \quad (52)$$

$$T_{и опт} \approx 0,9 T_{кр}.$$

Таким образом, зная период $T_{кр}$, амплитуду A колебаний выходной величины, а также величину ступенчатого перемещения a регулирующего органа, по этим формулам можно быстро найти приближенную настройку изодромного регулятора.

Формула для расчета настройки пропорционального регулятора получается подстановкой выражений (50) и (51) в (45):

$$\delta_{опт} \approx 1,3 \frac{A}{a}. \quad (53)$$

Так, например, для регулируемого участка с амплитудно-фазовой характеристикой, приведенной на рис. 6, амплитуда колебаний регулируемой величины при подаче на вход $a = \pm 10\%$ УП составляла $A = 0,45$ атм, а период колебаний $T_{кр} = 120$ сек. Подставив эти величины в (52), найдем оптимальную настройку изодромного регулятора

$$\delta_{опт} = 2,2 \frac{0,45}{10} = 0,1 \frac{\text{атм}}{\% \text{УП}},$$

$$T_{и опт} = 0,9 \cdot 120 \approx 110 \text{ сек.}$$

Эти результаты достаточно близки к данным расчета по амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка, полученным в § 3.

§ 6. Расчет настройки регуляторов по приближенной амплитудно-фазовой характеристике разомкнутой системы регулирования

Расчет настройки регуляторов по этому методу возможен только в случае, когда имеется смонтированная и готовая к включению система регулирования. Простейший способ настройки заключается в следующем.

Пропорциональный регулятор без предварительного расчета его настроек включается в работу при максимально возможной величине степени неравномерности (в случае изохронного регулятора его следует превратить в пропорциональный, установив $T_u = \infty$). После этого, постепенно уменьшая величину δ , определяют, при каком его значении $\delta_{кр}$ система входит в режим незатухающих колебаний. Одновременно фиксируют период этих колебаний $T_{кр}$.

Предполагая, что амплитудно-фазовая характеристика регулируемого участка приближенно может быть представлена формулой (38), условие существования незатухающих колебаний согласно критерию Найквиста—Михайлова запишем в следующем виде

$$\frac{\varepsilon}{\delta_{кр} \omega_{кр}} e^{-i\left(\omega_{кр} \tau - \frac{\pi}{2}\right)} = 1.$$

Отсюда находим

$$\varepsilon = \delta_{кр} \omega_{кр} = \frac{2\pi\delta_{кр}}{T_{кр}},$$

$$\tau = \frac{T_{кр}}{4}.$$

Подставив ε и τ из этих формул в (45), получим выражение для оптимальной настройки пропорционального регулятора

$$\delta_{опт} \approx 1,7 \delta_{кр}. \quad (54)$$

Для расчета настроек изохронного регулятора следует воспользоваться формулами (44), из которых получаем

$$\delta_{опт} \approx 2,8 \delta_{кр}, \quad (55)$$

$$T_{и\text{ опт}} \approx 0,9 T_{кр}.$$

Таким образом, для того, чтобы получить оптимальную настройку пропорционального регулятора, необходимо степень неравномерности, при которой в системе возникают незатухающие колебания, увеличить в 1,7 раза. Для изохронного регулятора степень неравномерности увеличивается в 2,8 раза, а время изохронности устанавливается равным 0,9 от периода незатухающих колебаний.

Изложенный метод настройки неприменим к регуляторам, которые не могут быть превращены в пропорциональные (как, например, электронные регуляторы ЭР). Однако его можно легко обобщить и на этот случай. Действительно, условные границы устойчивости системы с изохронным регулятором

$$-\frac{1+i\omega_{кр} T_u}{i\omega_{кр} T_u \delta_{кр}} \frac{\varepsilon}{i\omega_{кр}} e^{-i\omega_{кр} \tau} = 1. \quad (56)$$

можно переписать в следующем виде

$$M_0(\omega_{кр}) = \frac{\varepsilon \sqrt{1+\omega_{кр}^2 T_u^2}}{\delta_{кр} T_u \omega_{кр}^2} = 1.$$

$$\varphi_0(\omega_{кр}) = -\omega_{кр} \tau + \arctg \omega_{кр} T_u = 0,$$

Откуда находим

$$\tau = \frac{1}{\omega_{кр}} \arctg \omega_{кр} T_u,$$

$$\varepsilon = \frac{\delta_{кр} T_u \omega_{кр}^2}{\sqrt{1+\omega_{кр}^2 T_u^2}}.$$

Подставив эти выражения в (44), получим

$$\delta_{опт} = 1,8 \frac{\delta_{кр} T_u \omega_{кр}}{\sqrt{1+\omega_{кр}^2 T_u^2}} \arctg \omega_{кр} T_u,$$

$$T_{и\text{ опт}} = \frac{3,5}{\omega_{кр}} \arctg \omega_{кр} T_u.$$

Для практических расчетов удобнее пользоваться другой записью этих формул

$$\frac{\delta_{опт}}{\delta_{кр}} = \frac{1,8 \cdot 2\pi \frac{T_u}{T_{кр}} \operatorname{arctg} 2\pi \frac{T_u}{T_{кр}}}{\sqrt{1 + 4\pi^2 \left(\frac{T_u}{T_{кр}}\right)^2}}, \quad (57)$$

$$\frac{T_{u\text{ опт}}}{T_u} = \frac{3,5}{2\pi} \frac{T_{кр}}{T_u} \operatorname{arctg} 2\pi \frac{T_u}{T_{кр}}, \quad (58)$$

где $T_{кр}$ — период незатухающих колебаний, возникающих в системе при установке в регуляторе T_u и $\delta_{кр}$.

Приравняв в формуле (58)

$$\frac{T_{u\text{ опт}}}{T_u} = 1,$$

получим величину отношения $\frac{T_{кр}}{T_u}$, которая имеет место при оптимальном значении времени изодрома

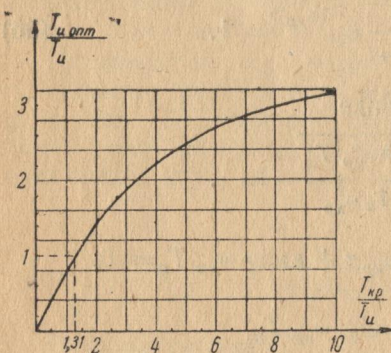


Рис. 25

$$\frac{T_{кр}}{T_{u\text{ опт}}} = 1,31. \quad (59)$$

Таким образом, при оптимальной величине времени изодрома период незатухающих колебаний $T_{кр}$ в системе в 1,31 раза больше величины $T_{u\text{ опт}}$.

Подставив величину $\frac{T_{кр}}{T_u} = 1,31$ в (57), получим

$$\frac{\delta_{опт}}{\delta_{кр}} = 2,41. \quad (60)$$

На рис. 25 приведен график зависимости $\frac{T_{u\text{ опт}}}{T_u} = f\left(\frac{T_{кр}}{T_u}\right)$, построенный по формуле (58).

Порядок настройки изодромного регулятора по этому графику следующий:

1. В регуляторе устанавливаются максимально возможные величины времени изодрома и степени неравномерности, после чего он включается в работу.

Уменьшая постепенно величину степени неравномерности, добиваются возникновения в системе незатухающих колебаний.

2. По известной величине установленного времени изодрома T_u и периоду незатухающих колебаний $T_{кр}$, определяется отношение $\frac{T_{кр}}{T_u}$ и по графику рис. 25 находится, во сколько раз следует изменить величину установленного времени изодрома для получения его оптимального значения.

3. Устанавливают найденную величину времени изодрома и вновь изменением δ вводят систему в режим незатухающих колебаний. Замерив величину периода колебаний, находят отношение $\frac{T_{кр}}{T_u}$ для нового установленного значения времени изодрома. Если величина этого отношения окажется не равной 1,31, производят новое уточнение оптимального значения по графику рис. 25 и вновь повторяют опыт.

4. После того, как в системе установятся колебания, период которых равен 1,31 T_u установленная при этом величина времени изодрома может считаться оптимальной. Оптимальное значение степени неравномерности регулятора вычисляется по формуле

$$\delta_{опт} \approx 2,4 \delta_{кр}, \quad (61)$$

где $\delta_{кр}$ — величина степени неравномерности, при установке которой в системе существовали незатухающие колебания с периодом $T_{кр} = 1,31 T_u$.

§ 7. Расчет настройки регуляторов по приближенной амплитудно-фазовой характеристике разомкнутой системы регулирования (метод автоколебаний)

Вывод системы на границу устойчивости, как это требуется при расчете настройки по методу, изложенному в предыдущем параграфе, обычно требует сравнительно много времени. Это затруднение можно обойти, если вводить систему в режим незатухающих колебаний искусственно, аналогично тому, как это производится при расчете по приближенной амплитудно-фазовой характеристике регулируемого участка (см. § 5). Эксперимент по определению частоты и модуля амплитудно-фазовой характеристики системы при известной настройке регулятора принципиально ничем не отличается от эксперимента, изложенного в § 8. Для этого следует разомкнуть систему регулирования в каком-либо месте между регу-

лируемым участком и регулятором (рис. 26) и скачком перемещать входную величину разомкнутой системы $x_{вх} = \pm a$ при переходе ее выходной величины $x_{вых}$ через среднее значение. Тогда в установившемся колебательном режиме сдвиг по фазе между выходными колебаниями и

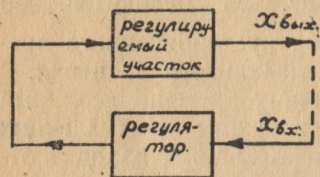


Рис. 26

первой гармоники входных будет равен нулю*, а отношение их амплитуд $\frac{A_{вых}}{A_{вх}} = \frac{\pi A_{выт}}{4a}$. Полагая, что амплитудно-фазовая характеристика реальной разомкнутой системы в окрестности ее пересечения с отрицательной вещественной полуосью мало отличается от характеристики системы с регулируемым участком, амплитудно-фазовая характеристика которого определяется формулой (38), получим

$$\frac{1 + i\omega_{кр} \tau}{i\omega_{кр} T_u \delta} \approx \frac{\varepsilon}{i\omega_{кр}} e^{-i\omega_{кр} \tau} = \frac{\pi A_{вых}}{4a},$$

то есть

$$\varepsilon = \frac{\pi A_{вых} \omega_{кр}^2 T_u \delta}{4a \sqrt{1 + \omega_{кр}^2 T_u^2}},$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_{кр}} \arctg \omega_{кр} T_u.$$

Подставив величины ε и τ из этих формул (44), получим

$$\frac{\delta_{опт}}{\delta} = \frac{1,8\varepsilon}{\delta} = \frac{1,8 \pi A_{вых} \omega_{кр} T_u}{4a \sqrt{1 + \omega_{кр}^2 T_u^2}} \arctg \omega_{кр} T_u, \quad (62)$$

$$\frac{T_{у опт}}{T_u} = \frac{3,5}{\omega_{кр} T_u} \arctg \omega_{кр} T_u.$$

* В отличие от эксперимента § 5, здесь перемещение регулирующего органа на $\pm a$ следует производить при переходе выходной величины ее среднего значения в положительную сторону, так как регулятор меняет знак входной величины на обратный.

На рис. 27 приведена номограмма для расчета настройки регулятора, построенная по этим формулам, на которой по оси абсцисс вправо отложено отношение периода колебаний $T_{кр}$ к времени изодрома T_u , установленного при проведении эксперимента, по оси ординат отношение $\frac{T_{у опт}}{T_u}$ и комплекс $\frac{4a}{1,8\pi A_{вых}} \frac{\delta_{опт}}{\delta}$, а по оси абсцисс влево отношение $\frac{\delta_{опт}}{\delta}$. Так, например, если при установленных в регу-

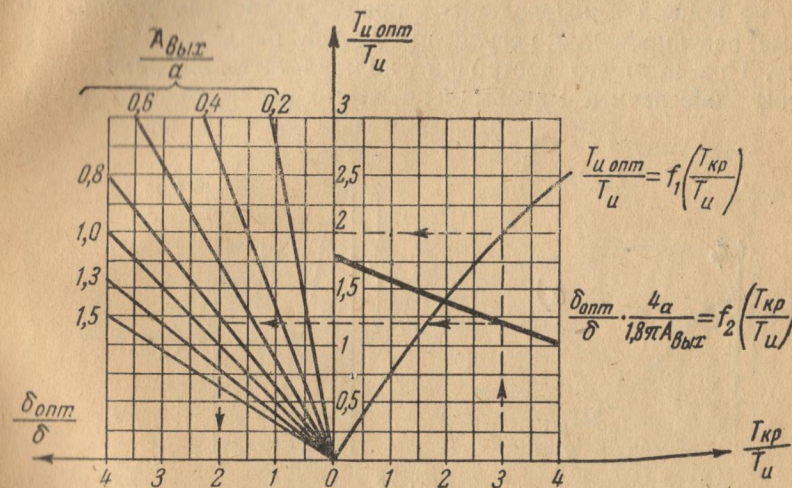


Рис. 27

ляторе $T_u = 100$ сек и $\delta = 0,1$ период незатухающих колебаний $T_{кр} = 300$ сек и амплитуда $A_{вых} = 0,08$ при $a = 0,1$ ($\frac{T_{кр}}{T_u} = 3$; $\frac{A_{вых}}{a} = 0,8$), то из номограммы находим

$$\frac{T_{у опт}}{T_u} = 2; \quad \frac{\delta_{опт}}{\delta} = 2.$$

Следовательно, оптимальная настройка регулятора

$$T_{н опт} = 200 \text{ сек}; \quad \delta_{опт} = 0,2.$$

После перенастройки регулятора в соответствии с полученными результатами опыт и расчет следует повторить для

проверки правильности выбранной настройки. Настройка считается оконченной, если в результате расчета окажется, что отношения $\frac{T_{u \text{ опт}}}{T_u}$ и $\frac{\delta_{\text{опт}}}{\delta}$ близки к единице.

§ 8. Приближенный расчет настройки изодромного регулятора по кривой переходного процесса в замкнутой системе регулирования

Как и в предыдущих методах перед расчетом настройки по кривой переходного процесса в замкнутой системе регулирования регулятор должен быть включен в работу. При этом его настройка должна быть выбрана такой, чтобы обеспечить максимально возможный запас устойчи-

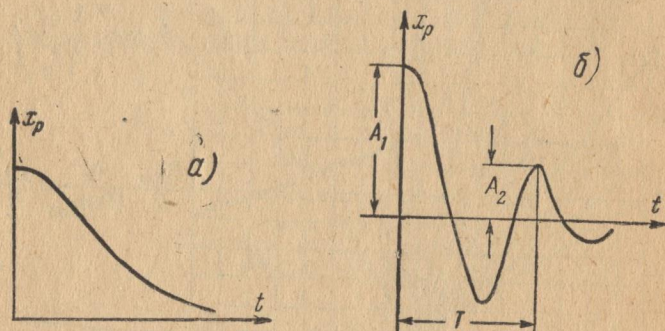


Рис. 28

вости системы, то есть необходимо установить максимально возможное значение времени изодрома и степени неравномерности. После этого быстрой перестановкой регулирующего органа наносится ступенчатое возмущение и регистрируется кривая возвращения регулирующего органа к исходному положению. Если эта кривая имеет неколебательный характер (рис. 28,а), степень обратной связи уменьшается вдвое и после установления равновесного режима работы регулируемого участка опыт вновь повторяется.

После нескольких подобных перенастроек кривая переходного процесса приобретает колебательный характер (рис. 28,б). Из этой кривой можно приближенно определить период колебаний T и степень затухания $\Psi = 1 - \frac{A_2}{A_1}$. Зная эти величины, а также значения параметров настройки регулятора δ и

T_u , установленные при проведении опыта, а также предполагая, что характеристики действительного регулируемого участка в существенном диапазоне частот мало отличаются от характеристики, определяемой формулой (38), можно определить величины ε и τ . После этого, воспользовавшись

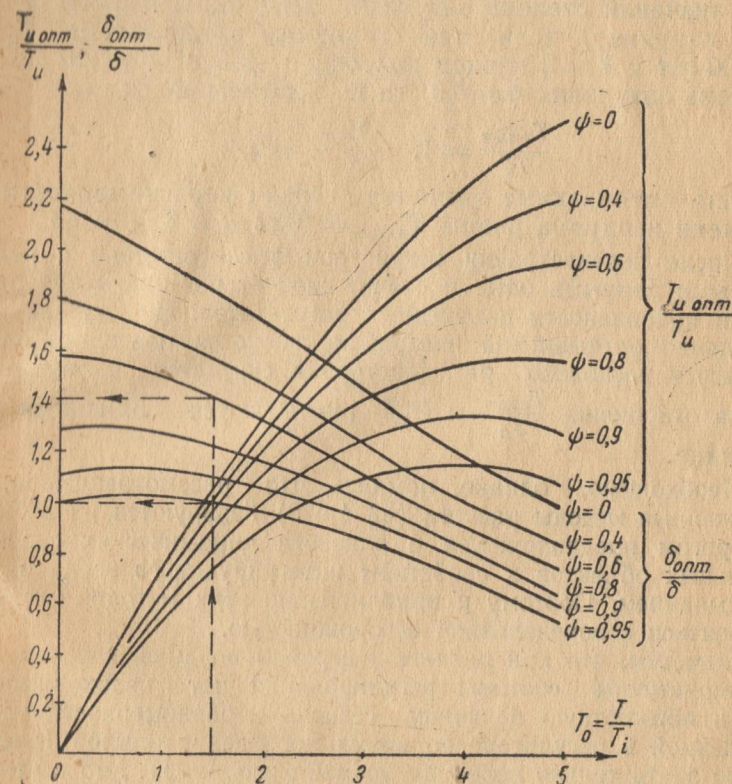


Рис. 29

формулами (44), можно найти оптимальную величину параметров настройки регулятора $\delta_{\text{опт}}$ и $T_{u \text{ опт}}$.

Эти расчеты произведены в общем виде и их результаты сведены в график, приведенный на рис. 29. На этом графике по оси абсцисс отложено отношение периода колебаний T ко времени изодрома T_u , которое установлено при проведении опыта, а по оси ординат — отношения оптимальных значе-

ний $T_{u \text{ опт}}$ и $\delta_{\text{опт}}$ к их величине, установленной при проведении опыта T_u и δ . Кривые зависимостей

$$\frac{T_{u \text{ опт}}}{T_u} = f\left(\frac{T}{T_u}\right) \text{ и } \frac{\delta_{\text{опт}}}{\delta} = f\left(\frac{T}{T_u}\right)$$

представлены в виде семейства характеристик для различных значений степени затухания переходного процесса ψ . Так, например, если при установке в регуляторе $T_u = 100 \text{ сек}$ и $\delta = 2$ период колебаний равен $T = 150 \text{ сек}$, а степень затухания $\psi = 0,6$, то из графика находим

$$\frac{T_{u \text{ опт}}}{T_u} = 1, \quad \frac{\delta_{\text{опт}}}{\delta} = 1,4,$$

то есть оптимальные значения степени неравномерности и времени изодрома равны $T_{u \text{ опт}} = 100 \text{ сек}$ и $\delta_{\text{опт}} = 2,8$.

После перенастройки регулятора в соответствии с полученными данными опыт и расчет следует повторить для проверки правильности полученных результатов. Иногда для нахождения оптимальной настройки требуется повторить опыт и расчет несколько раз. Настройка считается оконченной, когда отношения $\frac{T_{u \text{ опт}}}{T_u}$ и $\frac{\delta_{\text{опт}}}{\delta}$ оказываются близкими к единице.

Необходимо, однако, помнить, что рассмотренные приближенные методы расчета (§§ 4 ÷ 8) базируются на весьма нестрогом предположении о близости динамических свойств реальных объектов к свойствам интегрирующего звена с запаздыванием. Поэтому к приближению этих методов следует относиться с определенной осторожностью.

Отметим, что при расчете настройки по динамическим характеристикам системы регулирования нет необходимости знать абсолютную величину степени неравномерности установленной в регуляторе во время проведения опытов (достаточно знать только величину времени изодрома). Это в целом ряде конструкций регуляторов существенно упрощает установку их настроечных органов.

Автор канд. техн. наук **Виталий Яковлевич Ротач**.

Редактор асс. **В. В. Волгин**.

Л80901 27/IV—1960 г. Объем 3 п. л. Зак. 537. Тир. 1000. Цена 1 р. 20 к.

Типография МЭИ